

Apéndice A

Algunos Conceptos Básicos de Análisis de Sistemas

A.1 Introducción

En este apéndice se resumen algunos conceptos básicos sobre análisis de sistemas que se usan en el libro. En concreto se ven algunos modelos matemáticos de sistemas y propiedades, como la estabilidad, que caracterizan su comportamiento dinámico. Cuando se trata del problema de la modelación, el camino más usual a seguir empieza en el uso de las leyes fundamentales que describen los fenómenos implicados en la dinámica de los sistemas y posteriormente se traducen estas leyes a ecuaciones matemáticas. Por su naturaleza, los principios de la física, la química, la biología y muchas otras disciplinas describen cambios dinámicos continuos que se representan mediante derivadas temporales de variables de entrada y salida. De esta forma el proceso de modelación conduce a modelos basados en ecuaciones diferenciales. Otra línea de modelación se basa en la obtención directa de ecuaciones en tiempo discreto, como se ha discutido en el Capítulo 1. En este caso el interés está en tener una relación dinámica entre variables de entrada y salida únicamente en instantes de muestreo. La introducción de computadores digitales ha sido un factor decisivo para el interés en esta segunda línea. De hecho, el caso de procesos gobernados por sistemas de control basados en computadores digitales, como es el caso considerado en este libro, se describe habitualmente en tiempo discreto. En este contexto

interesante presentar los conceptos básicos de sistemas tanto para tiempo continuo como discreto y apuntar cómo se obtienen representaciones en tiempo discreto a partir de modelos continuos.

Material resumido en este Apéndice es muy estándar y está ampliamente tratado en multitud de libros de texto como [Oga67, Oga70, Dor80, Gop84, AW84, Gop84, Gop88, FPW90, Kuo91, Kuo92, PH93].

Modelos lineales entrada/salida

Los modelos de entrada/salida se obtienen representando las acciones sobre las entradas (entradas) y las respuestas medibles (salidas) y formulando la dinámica entre las mismas. Es bien conocido que *sistemas lineales* describen la relación dinámica de una amplia clase de procesos de entrada y salida se definen como desviaciones respecto a valores nominales. En este apartado se resumen algunas propiedades y relaciones que son útiles para sistemas descritos por ecuaciones diferenciales o en diferencias.

Ecuaciones diferenciales y funciones de transferencia

La dinámica de una amplia clase de sistemas con una única salida y una única entrada $u(t)$ puede describirse mediante una ecuación diferencial de la forma

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_n \frac{d^n u}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u. \quad (A.1)$$

Una herramienta importante para el análisis de sistemas es la *transformada de Laplace*, que, para una función del tiempo $f(t)$, con $t \geq 0$, se define en la forma

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (A.2)$$

Esta transformada convierte una función temporal en una función de variable compleja s y, entre otras, satisface las siguientes propiedades:

(a) Para cualesquiera números reales α_1, α_2 y funciones f_1, f_2 :

$$\mathcal{L}\{\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t)\} = \alpha_1 F_1(s) + \alpha_2 F_2(s). \quad (A.3)$$

(b) Transformada de las derivadas:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n f}{dt^n}\right\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df(0)}{dt} - \dots - \frac{d^{n-1} f(0)}{dt^{n-1}}. \quad (A.4)$$

(c) *Teorema del valor final*: Suponiendo que $sF(s)$ es finito para cualquier valor complejo s :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s). \quad (A.5)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (A.1) y usando las propiedades (A.3) y (A.4) con condiciones iniciales nulas, se obtiene

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}, \quad (A.6)$$

que es la denominada *función de transferencia* del sistema.

A.2.2 Ecuaciones en diferencias y funciones de transferencia en la variable z

Consideremos que la dinámica entrada/salida de los sistemas se describe únicamente en los instantes de muestreo $k = 0, 1, 2, \dots$, de forma que el tiempo real es $t = kT$, siendo T el período de muestreo. En este contexto, una amplia clase de sistemas se describe por una ecuación en diferencias de la forma

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \dots + a_m y(k-m) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n). \quad (A.7)$$

Una herramienta habitual para analizar esta clase de sistemas es la *transformada z* . Para una señal de tiempo discreto $f(k)$, esta transformada se define en la forma

$$\mathcal{Z}\{f(k)\} = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k}. \quad (A.8)$$

Esta transformada convierte una secuencia de tiempo discreto en una función de variable compleja z y, entre otras, tiene las siguientes propiedades:

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

alesquiera números reales α_1, α_2 y secuencias f_1, f_2 ,

$$\mathcal{Z}\{\alpha_1 f_1(k) + \alpha_2 f_2(k)\} = \alpha_1 F_1(z) + \alpha_2 F_2(z). \quad (\text{A.9})$$

rmadas con retardos:

$$\mathcal{Z}\{f(k-n)\} = z^{-n}F(z). \quad (\text{A.10})$$

del valor final: Suponiendo que $(z-1)F(z)$ no se hace infinito algún valor complejo z de módulo mayor que 1, se cumple:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z). \quad (\text{A.11})$$

la transformada z en la ecuación (A.7) y usando las propiedades es, se obtiene

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 - a_1 z^{-1} - \dots - a_m z^{-m}}, \quad (\text{A.12})$$

ón de transferencia en z del sistema discreto.

Estabilidad, polos y ceros

es de transferencia $G(s)$ y $H(z)$ son independientes de lasidas particulares que actúan sobre el sistema y definen laeste de forma equivalente a las ecuaciones (A.1) y (A.7) res-

dad es la característica más básica de un sistema. Para sis-como los descritos aquí, la estabilidad no depende de cuál esarticular sobre el sistema. Así podemos considerar las ecua-(A.7) con $u(t) = 0$ y $u(k) = 0$ respectivamente y analizar laas condiciones iniciales dadas. La estabilidad tiene que ver d de esta salida para converger a cero, tal como se establece s definiciones:

de los sistemas (A.1) y (A.7) son *estables* cuando las salidasas permanecen acotadas para cualquier conjunto de condi-ciales no nulas.

- Se dice que los sistemas (A.1) y (A.7) son *globalmente asintóticamente estables* cuando, para cualquier conjunto de condiciones iniciales no nulas, las salidas no forzadas satisfacen, respectivamente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = 0.$$

- Se dice que los sistemas (A.1) y (A.7) son *inestables* cuando las salidas no forzadas crecen de forma no acotada para cualquier conjunto de condiciones iniciales no nulas.

Las anteriores funciones de transferencia $G(s)$ y $H(z)$ se escriben como cocientes de polinomios:

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}; \quad H(z) = \frac{N'(z)}{D'(z)}. \quad (\text{A.13})$$

Las raíces de $N(s)$ y $N'(z)$ son los ceros y las raíces de $D(s)$ y $D'(z)$ son los polos de los sistemas (A.1) y (A.7) respectivamente.

Los polos son cruciales para caracterizar la respuesta del sistema y define los siguientes *criterios de estabilidad*:

- El sistema (A.1) es estable si y solo si todos los polos tienen parte real no positiva y los polos con parte real cero son simples.
- El sistema (A.1) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los polos tienen parte real negativa.
- El sistema (A.1) es inestable en cualquier caso distinto a los dos anteriores.
- El sistema (A.7) es estable si y solo si todos los polos tienen módulo menor o igual que 1 y los polos de módulo 1 son simples.
- El sistema (A.7) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los polos tienen módulo menor que la unidad.
- El sistema (A.7) es inestable en cualquier caso distinto a los dos inmediatamente anteriores.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ue la influencia de los ceros en la respuesta no es tan crucial como polos, existe un aspecto a destacar. Consideremos el *inverso* del esto es el proceso obtenido intercambiando entre sí la salida y la del sistema inicial. Para el sistema inverso, podemos también cons anteriores definiciones de estabilidad. En particular, los sistemas *verso inestable* son aquéllos que pueden necesitar una entrada no para producir una cierta salida acotada dada arbitrariamente. De con los anteriores criterios de estabilidad, el sistema (A.1) tiene o inestable si tiene al menos un cero con parte real positiva. El A.7) tiene un inverso inestable si tiene al menos un cero de módulo e la unidad.

de naturaleza, la clase de sistemas con un inverso inestable plantea s específicos y difíciles para los sistemas de control que pretenden salida a través de trayectorias. Estos problemas han sido identifi el Capítulo 3 para el caso del control predictivo y resueltos en el 4 introduciendo la estrategia extendida.

Respuesta temporal

analizada la estabilidad, una forma de caracterizar la respuesta de un sistema es obtener la historia temporal de la salida pro r ciertas señales usadas como test. Típicamente, estas señales sos o escalones.

stemas continuos, un impulso se representa formalmente median ón generalizada δ de Dirac, cuya respuesta $g(t)$ es la transformada Laplace de la función de transferencia $G(s)$. Conociendo la *impulsional* $g(t)$, la salida $y(t)$ para cualquier entrada $u(t)$ se uponiendo condiciones iniciales nulas, mediante el denominado *integral de convolución*

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t - \tau)d\tau. \quad (A.14)$$

stemas de tiempo discreto, un impulso se representa por una cuyos valores son nulos excepto para el instante inicial, en el que 1. La *respuesta impulsional* $h(k)$ es la transforma en z inversa ón de transferencia $H(z)$. Conociendo $h(k)$, la secuencia de cualquier entrada $u(k)$, suponiendo condiciones iniciales nulas,

se expresa mediante el *producto o sumatorio de convolución*

$$y(k) = \sum_{i=0}^k h(i)u(k - i). \quad (A.15)$$

Cuando se aplica un escalón a un sistema (A.1) asintóticamente estable, la salida $y(t)$ converge a un valor estacionario. Usando el hecho de que la transformada de Laplace de un escalón unidad es s^{-1} y recordando el teorema del valor final (A.5), el valor de dicho valor estacionario puede calcularse mediante la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s), \quad (A.16)$$

que define la llamada *ganancia estática* del sistema (A.1).

De forma análoga, para un sistema discreto (A.7) asintóticamente estable, la salida a una secuencia escalón de valor unidad, cuya transformada en z es $(z - 1)^{-1}$, satisface la siguiente propiedad de convergencia en virtud del teorema del valor final (A.11):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} H(z), \quad (A.17)$$

que define la ganancia estática del sistema (A.7).

A.2.5 Discretización de modelos de tiempo continuo

Consideramos aquí el siguiente problema: dada una función de transferencia $G(s)$ de un sistema continuo, encontrar la función de transferencia discreta equivalente $H(z)$.

Existen diferentes forma de resolver este problema conocidas en muchos libros de texto. Una forma muy habitual es la que se basa en el esquema de la Figura A.1 y se describe brevemente a continuación.

Consideremos una entrada $u(t)$ que produce una salida $y(t)$ para el sistema continuo $G(s)$. Consideremos la secuencia $y(k)$ que consiste en las muestras de $y(t)$. El objetivo es encontrar una función de transferencia de tiempo discreto tal que, con una secuencia de entrada $u(k)$ obtenida muestreando la entrada continua $u(t)$, presente una secuencia de salida $\hat{y}(k)$ que aproxime a $y(k)$. La función de transferencia discreta representa

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

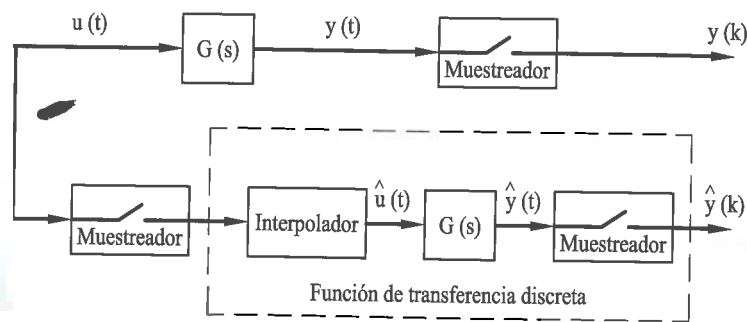


Figura A.1: Discretización de un sistema de tiempo continuo.

Un sistema de tiempo discreto que contiene la función continua $G(s)$ precedida por un interpolador y seguida por un muestreador. El interpolador tiene la función de construir una señal de tiempo continuo $\hat{u}(t)$ a partir de la secuencia discreta $u(k)$. Esta construcción implica alguna forma de interpolación de las muestras entre instantes de muestreo. Dependiendo de la técnica que se utiliza, resultan diferentes funciones de transferencia $H(z)$.

El interpolador más habitual en la práctica del control digital es el de orden cero. Este consiste en producir una señal $\hat{u}(t)$ con valores constantes, manteniendo los valores de $u(k)$ constantes entre instantes de muestreo consecutivos. Los convertidores analógico/digital (A/D) usualmente se modelan habitualmente como muestreadores y los convertidores D/A se modelan con buena precisión como interpoladores de orden cero.

Para un interpolador de orden cero, la función de transferencia discreta $H(z)$ según la expresión

$$H(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\{s^{-1}G(s)\}. \quad (\text{A.18})$$

donde $\mathcal{Z}\{s^{-1}G(s)\}$ denota la operación de tomar la transformada z a la secuencia de muestreo de la transformada inversa de Laplace de $s^{-1}G(s)$. Esta operación puede ser tediosa pero está estandarizada en muchos paquetes de software [A.92].

Es interesante señalar una característica interesante en relación con la ubicación de los polos y los ceros de la función de transferencia discreta $H(z)$ obtenida a partir de la función continua $G(s)$ mediante el procedimiento anterior. Debido a que los polos s_i del sistema continuo se transforman en $z_i = \exp(s_i T)$ del sistema discreto. Esta transformación con-

vierte el semiplano izquierdo del plano complejo de la variable s en el disco de radio unidad en el plano de la variable compleja z . Esto implica que las propiedades de estabilidad del sistema discreto son las mismas que las del sistema original continuo. Sin embargo, no existe una transformación sencilla que relacione los ceros del sistema discreto con los ceros del sistema continuo [AHS84]. Una consecuencia particularmente significativa de este hecho es que sistemas continuos con todos sus ceros en el semiplano izquierdo, es decir con su inverso estable, puede resultar en representaciones discretas con ceros fuera del círculo unidad, esto es con inverso inestable. Esto hace que sea frecuente la existencia de sistemas en tiempo discreto con inverso inestable.

A.3 Modelos de estado

Los modelos del apartado anterior establecen relaciones directas entre entradas y salidas. Estas variables son externas al sistema y siempre tienen un significado físico en términos de acciones y respuestas. Los modelos de estado introducen un conjunto de variables internas al sistema cuya evolución, descrita por ecuaciones diferenciales o en diferencias de primer orden, informa del comportamiento dinámico del sistema y permite obtener las correspondientes salidas.

A.3.1 Concepto de estado y ecuaciones de estado

Consideremos un sistema dinámico descrito en tiempo continuo mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales y un conjunto de ecuaciones algebraicas en la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f[x(t), u(t), t], \\ y(t) &= h[x(t), u(t), t], \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

donde $x(t)$ es el vector de estado de dimensión n , $u(t)$ es el vector de entrada de dimensión r , siendo $y(t)$ el vector de salida de dimensión m . La función f define la dinámica del sistema y tiene las propiedades matemáticas requeridas para que la ecuación diferencial (A.19) tenga solución única. La función h determina la salida de forma única.

La idea básica del vector de estado es que contiene el mínimo conjunto de variables que determinan de forma completa el comportamiento del sis-

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

efecto, si se conoce el vector de estado en un instante inicial t_0 , entonces el vector de estado $x(t)$ y el de salida $y(t)$ quedan os de forma única en cualquier instante $t > t_0$ siempre que se entrada $u(t)$ para todo instante entre t_0 y t .

ma similar, los sistemas en tiempo discreto pueden describirse representación de estado en la forma

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f_d[x(k), u(k), k], \\ y(k) &= h_d[x(k), u(k), k]. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

ral, las funciones f, h, f_d, h_d pueden ser no lineales e incluir parábales con el tiempo. Sin embargo, en muchos casos la dinámica reales alrededor de un estado de equilibrio puede describirse por lineal con parámetros constantes. Para un sistema de tiempo te modelo tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

ema en tiempo discreto el modelo lineal tiene la forma

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Hx(k) + Lu(k). \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Estabilidad: definiciones

ad se ha considerado previamente para sistemas lineales en rada/salida, estando relacionada con la localización de los posición de transferencia. Consideramos aquí la estabilidad en el representación de estado. Existen diferentes formas de estudiar l de un sistema, que generalmente se separan en dos grupos: l *del equilibrio*, que trata del mantenimiento de una posición cuando el sistema está libre de entradas externas; y (2) *estabilidad*, que trata de la acotación de la respuesta (estado o salida) tema está actuado mediante entradas acotadas.

stema no forzado descrito por

$$\dot{x}(t) = f[x(t), t], \quad x(t_0) = x_0; \quad (\text{A.23})$$

o, en tiempo discreto,

$$x(k+1) = f_d[x(k), k], \quad x(k_0) = x_0. \quad (\text{A.24})$$

Se dice que x_e es un *estado de equilibrio* del sistema si, cuando x_e es el estado inicial del sistema, permanece invariable para todo instante posterior. Para el sistema (A.23) esto significa que

$$f[x_e, t] = 0 \quad \text{para todo } t \geq t_0,$$

y, para el sistema (A.24),

$$x_e = f_d[x_e, k] \quad \text{para todo } k \geq k_0.$$

Para el estado de equilibrio se consideran las siguientes *definiciones de estabilidad*:

- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *estable* en el sentido de Lyapunov si, para cualquier t_0 y cualquier $\varepsilon > 0$, existe un número real $\delta(\varepsilon, t_0)$ tal que $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$ implica que $\|x(t) - x_e\| < \varepsilon$ para todo $t \geq t_0$.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *asintóticamente estable* si es estable y, para cualquier t_0 , existe $\delta(t_0) > 0$ tal que $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$ implicará que $\|x(t) - x_e\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e es *inestable* si no es ni estable ni asintóticamente estable.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *globalmente asintóticamente estable* en t_0 si $x(t) \rightarrow x_e$ cuando $t \rightarrow \infty$ para cualquier $x(t_0)$.

El sentido práctico de la estabilidad en sentido de Lyapunov es que el estado del sistema permanecerá próximo al equilibrio para todo $t \geq t_0$ suponiendo que el estado inicial esté lo suficientemente cerca. La estabilidad asintótica es más fuerte que la de Lyapunov ya que implica que, además de que el equilibrio es estable, el estado siempre evoluciona y converge hacia él cuando las condiciones iniciales están suficientemente cerca. Sin embargo, la estabilidad asintótica tiene un carácter local, ya que requiere que

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

cial esté suficientemente próximo al estado de equilibrio como $\delta(t_0)$. Cuando $\delta(t_0)$ es arbitrariamente grande, la estabilidad se convierte en global. Esto significa que la estabilidad se depende de cuál es el estado inicial $x(t_0)$. En general, puede tener más de un estado de equilibrio. Sin embargo, la estabilidad global asintótica requiere que exista un único estado de equilibrio para el sistema. Así, el concepto de estabilidad global asintótica se convierte en una propiedad inherente al propio sistema.

Definimos ahora los sistemas forzados (A.19) y (A.20). Damos las definiciones de estabilidad externa:

El sistema (A.19) es estable en el sentido de entrada - estado acotado si, para cualquier entrada acotada $u(t)$ y cualquier estado inicial $x(t_0)$, el estado resultante $x(t)$ permanece acotado.

El sistema (A.19) es estable en el sentido de entrada - salida acotada si, para cualquier entrada acotada $u(t)$, la salida $y(t)$ permanece acotada.

Definiciones de estabilidad semejantes para sistemas de tiempo discreto usando k en vez de t .

Estabilidad: criterios para sistemas lineales

Para los sistemas lineales

$$\dot{x}(t) = Fx(t) \quad \text{y} \quad x(k+1) = Ax(k).$$

Los estados de equilibrio son las soluciones de $0 = Fx$ y $x = Ax$ respectivamente. En esta forma, el estado $x = 0$ es siempre un estado de equilibrio para los sistemas lineales y es el único a menos que la matriz F tenga un valor propio igual a cero o la matriz A tenga un valor propio igual a uno. En otros casos, los sistemas tienen infinitos estados de equilibrio. En el caso de que el cero es el único estado de equilibrio aislado para un sistema con parámetros constantes. Por esta razón, cuando se trata con sistemas, podemos referirnos a la *estabilidad del sistema* como la estabilidad del estado de equilibrio. En este caso, los criterios

de estabilidad se establecen en términos de los autovalores de las matrices del sistema F y A , respectivamente, y son los siguientes:

- El sistema (A.21) es estable si y solo si todos los autovalores de F tienen parte real no positiva y si no hay ningún autovalor con parte real nula que esté repetido.
- El sistema (A.21) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los autovalores de F tienen parte real negativa.
- El sistema (A.21) es inestable si F tiene algún autovalor no repetido con parte real positiva o algún autovalor repetido con parte real positiva o nula.
- El sistema (A.22) es estable si y solo si todos los autovalores de A no repetidos tienen módulo ≤ 1 y todos los autovalores repetidos tienen módulo < 1 .
- El sistema (A.22) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los autovalores de A tienen módulo < 1 .
- El sistema (A.22) es inestable si A tiene algún autovalor no repetido con módulo > 1 o algún autovalor repetido con módulo ≥ 1 .
- Si los sistemas (A.21) y (A.22) son globalmente asintóticamente estables, entonces son estables en el sentido de entrada acotada - estado acotado - salida acotada.

A.3.4 Discretización de ecuaciones de estado de tiempo continuo

Aquí consideramos el siguiente problema: dada una ecuación de estado lineal en tiempo continuo de la forma (A.21), obtener una ecuación de estado lineal en tiempo discreto de la forma (A.22).

Usando el procedimiento con interpolación de orden cero como en el Apartado A.2.5, las matrices A, B de (A.22) se obtienen a partir de las matrices F, G de (A.21) mediante las expresiones siguientes:

$$A = \exp(TF); \quad B = F^{-1}(A - I)G, \quad (A.25)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

T es el período de muestreo, I es la matriz identidad y $\exp(TF)$ es la matriz exponencial definida mediante la serie

$$\exp(TF) = I + TF + \frac{T^2}{2!}F^2 + \frac{T^3}{3!}F^3 + \dots \quad (\text{A.26})$$

es un procedimiento muy estandarizado para discretizar ecuaciones de estado lineales con parámetros constantes. El punto clave está en el cálculo de la matriz exponencial. Existen muchos procedimientos para efectuar el cálculo numérico de esta matriz [Mat92].

Apéndice B

Otros Modelos Predictivos y Funciones de Coste

B.1 Introducción

En el Capítulo 4 (Apartados 4.2 – 4.4) se han presentado dos leyes de control predictivo obtenidas de la minimización de dos índices de rendimiento usando la ecuación en diferencias (4.2) como modelo predictivo. En este apéndice desarrollamos otras leyes de control deducidas utilizando otras formas de modelos predictivos y criterios de rendimiento. En el Apartado B.2 discutimos la aplicación del control predictivo usando modelos de ecuaciones en diferencias. En el Apartado B.3 tratamos con modelos de respuesta a impulsos o escalones y en el B.4 con modelos de estado. Las herramientas básicas sobre análisis de sistemas usadas aquí se han resumido en el Apéndice A.

B.2 Modelos en ecuaciones en diferencias

Como ya se ha discutido en el Capítulo 1, las ecuaciones en diferencias pueden usarse para describir relaciones dinámicas entre entradas y salidas de procesos físicos. En los Capítulos 3 y 4 se han usado unos modelos en diferencias específicos (3.8) y (4.2) para formular las estrategias básica y extendida de control predictivo e ilustrar los conceptos que las soportan. El

es el mismo que el (3.8) pero se usa en un horizonte temporal . Estos modelos son una simplificación de una descripción a, apuntada en el Capítulo 1, que puede incluir perturbaciones o medibles y que puede considerar sistemas con varias entradas. A continuación consideramos el caso multivariable, las perturbaciones y una formulación incremental para los modelos.

caso multivariable

de los resultados del Capítulo 4 para sistemas multivariables se siguen las deducciones que se han presentado usando un forma (4.2) pero ahora usando vectores y matrices en la forma

$$y(j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{A}_i \hat{Y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{B}_i \hat{U}(k+j-i|k) \quad (B.1)$$

(j = 1, 2, ..., λ)

$$\hat{Y}(k+1-i|k) = Y(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{n}$$

$$\hat{U}(k+1-i|k) = U(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{m}.$$

de rendimiento como en (4.4) pero ahora en la forma

$$\sum_{j=1}^{\lambda} [\hat{Y}(k+j|k) - Y_r(k+j|k)]^T Q_j [\hat{Y}(k+j|k) - Y_r(k+j|k)] + \sum_{j=0}^{\lambda-1} \hat{U}(k+j|k)^T R_j \hat{U}(k+j|k), \quad (B.2)$$

R_j son matrices de peso y donde Y_r es una trayectoria de no la considerada en (4.5) pero en la forma

$$Y_r(k+j) = \sum_{i=1}^p A_{ri} Y_r(k+j-i) + \sum_{i=1}^q B_{ri} Y_{sp}(k+j-i)$$

(j = 1, 2, ..., λ),

donde

$$Y_r(k+1-i|k) = Y(k+1-i); \quad i = 1, \dots, p.$$

y donde Y_{sp} es la consigna. Leyes de control similares a (4.14) y (4.19) pueden deducirse de lo anterior en una forma matricial.

B.2.2 Modelo con perturbaciones

Para considerar el efecto de las perturbaciones, podemos ampliar el modelo (4.2) en la forma siguiente:

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i \hat{y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i \hat{u}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{c}_i \hat{w}(k+j-i|k), \quad (j = 1, 2, \dots, \lambda). \quad (B.3)$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1-i|k) &= y(k+1-i); & i &= 1, \dots, \hat{n} \\ \hat{u}(k+1-i|k) &= u(k+1-i); & i &= 1, \dots, \hat{m} \\ \hat{w}(k+1-i|k) &= w(k+1-i); & i &= 1, \dots, \hat{p}. \end{aligned} \quad (B.4)$$

Nótese que (B.4) implica que la perturbación w es medible en el instante actual k y que la presencia de w-hat(·|k) en (B.3) implica que es medible por adelantado en todo el intervalo de predicción [k, k + λ] o, al menos, que puede ser estimada.

Usando las ecuaciones (B.3) y (B.4) en lugar de (4.2) y (4.3), el procedimiento de los Apartados 4.3 y 4.4 puede modificarse de forma sencilla para extender la ley de control (4.14) y (4.19) incluyendo términos adicionales asociados con la secuencia de perturbaciones actual y pasadas w(k+1-i) (i = 1, ..., p-hat) y con la secuencia de perturbaciones en el intervalo de predicción w-hat(k+j|k) (j = 1, ..., λ-1).

En problemas donde las perturbaciones se conocen por anticipado, esta formulación permite el uso ventajoso de tal información. Un ejemplo podría darse en problemas de control activo de suspensiones de vehículos donde son posibles medidas de la perturbación debida a las deformaciones de la carretera [Hro91].

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ventajas de una formulación incremental

En primer lugar, extendemos el análisis del Apartado 4.5 para ilustrar situaciones prácticas de la ley de control (4.19), concretamente: la obtención de una desviación permanente de la salida del proceso con respecto a la consigna cuando existen perturbaciones constantes desconocidas y (2) el caso de que el modelo predictivo tenga la misma ganancia que el proceso.

En segundo lugar, veremos cómo estas limitaciones pueden evitarse con una formulación en incrementos.

Formulación de la ley de control (4.19)

Supongamos que el proceso descrito por una función de transferencia como la (4.23) ahora con una perturbación desconocida p sumada a la señal de entrada. Es decir

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} [u(z) + p(z)]. \quad (B.5)$$

Cuando (4.23) y (B.5) se obtiene

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{\hat{\theta}'_{\lambda}(z^{-1})} y_r(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}'_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (B.6)$$

donde (4.31) está dado en (4.31). La sustitución de (4.28) en (B.6) da

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} y_{sp}(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (B.7)$$

donde $\Delta_{\lambda}(z^{-1})$ es el polinomio característico definido en (4.34).

Para obtener una consigna constante y_{sp} y una perturbación constante p , aplicamos el teorema del valor final (Apéndice A) a (B.7) para obtener el valor estacionario de la salida:

$$y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{y}_{sp} + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{p} \right]. \quad (B.8)$$

Recordando las propiedades (4.45) - (4.47) y usándolas en (B.8), se obtiene

$$\bar{y} = \frac{G_s[1 - \Phi_{\lambda}(1)]}{[G_s - \hat{G}_s]\hat{E}_{\lambda}(1) + \hat{G}_s - \Phi_{\lambda}(1)G_s} \left[\bar{y}_{sp} + \frac{\hat{G}_{\lambda}(1)}{\Delta_{\lambda}(1)} \bar{p} \right]. \quad (B.9)$$

A partir de (B.9), podemos observar que los únicos casos en los que $\bar{y} = \bar{y}_{sp}$ se dan cuando coinciden la ganancia del proceso y la del modelo predictivo ($G_s = \hat{G}_s$) y cuando no hay perturbación ($\bar{p} = 0$). Para el caso en que $\bar{p} = 0$, (B.9) es igual a (4.48) y tenemos entonces el caso analizado en el Apartado 4.5. En el caso con $G_s = \hat{G}_s$, (B.9) se reduce a

$$\bar{y} = \bar{y}_{sp} + \frac{\hat{G}_{\lambda}(1)}{\Delta_{\lambda}(1)} \bar{p}. \quad (B.10)$$

Dado que el segundo sumando en esta expresión no es nulo, la salida en estado estacionario difiere de la consigna, por lo que se produce un error permanente que es proporcional a la perturbación constante \bar{p} . Conviene señalar que esta desviación de la consigna se produce incluso en el caso ideal en que no existan errores de modelación.

Formulación incremental del control predictivo

Recuperamos aquí el modelo predictivo (4.2) para relacionar los valores incrementales de las variables de entrada y salida del proceso en la forma

$$\Delta \hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i \Delta \hat{y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i \Delta \hat{u}(k+j-i|k) \quad (B.11)$$

$(j = 1, 2, \dots, \lambda)$

donde

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}(k+j|k) &= \hat{y}(k+j|k) - \hat{y}(k+j-1|k) \\ \Delta \hat{u}(k+j|k) &= \hat{u}(k+j|k) - \hat{u}(k+j-1|k), \end{aligned} \quad (B.12)$$

y

$$\Delta \hat{y}(k+1-i|k) = \Delta y(k+1-i) = y(k+1-i) - y(k-i) \quad (i = 1, \dots, \hat{n}) \quad (B.13)$$

$$\Delta \hat{u}(k+1-i|k) = \Delta u(k+1-i) = u(k+1-i) - u(k-i) \quad (i = 1, \dots, \hat{m})$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



incremental puede combinarse con una función de coste de la

$$J_k = \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j [\hat{y}(k+j|k) - y_r(k+j|k)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j \Delta \hat{u}(k+j|k)^2, \quad (\text{B.14})$$

za las variaciones excesivas de la señal de control al incluir a la variable de control.

ción incremental del control predictivo se propuso en [Mar76a] para aprovechar las ventajas prácticas en la aplicación de control adaptativo en un contexto real, tal como se ha discutido en el Capítulo 4. Este criterio de rendimiento se ha usado también por otros autores en el contexto del control predictivo [CMT87, BGW90, CB95].

Por ejemplo, a continuación se formula una ley de control deducida a partir de un criterio particular de criterio (B.14) similar a la desarrollada en el Capítulo 4 pero basada ahora en el modelo incremental (B.11). Esta ley de control incremental de la ley de control (4.19). A través de un análisis del subapartado anterior, se pondrán de manifiesto las ventajas de esta formulación incremental.

Con respecto al criterio de rendimiento

$$J_k = [\hat{y}(k+\lambda|k) - y_r(k+\lambda|k)]^2, \quad (\text{B.15})$$

condición

$$\Delta \hat{u}(k+1|k) = \dots = \Delta \hat{u}(k+l-1|k) = 0. \quad (\text{B.16})$$

Esto significa que la secuencia de control se mantiene constante durante el periodo de predicción.

La ley de control (B.1) recursivamente a partir de las condiciones iniciales (B.13), puede escribirse

$$\hat{y}(k+\lambda|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{e}_i^{(j)} \Delta y(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j)} \Delta u(k+1-i) + \hat{g}_1^{(j)} \Delta \hat{u}(k|k), \quad (j=1, 2, \dots, \lambda) \quad (\text{B.17})$$

donde $\hat{e}_i^{(j)}, \hat{g}_i^{(j)}$ se obtienen con los algoritmos de (4.8)–(4.9).

Sumando el conjunto de λ ecuaciones (B.17) y usando (B.12), se obtiene

$$\hat{y}(k+\lambda|k) - y(k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{\eta}_i^{(\lambda)} \Delta y(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} \Delta u(k+1-i) + \hat{h}^{(\lambda)} \Delta \hat{u}(k|k) \quad (\text{B.18})$$

donde

$$\hat{\eta}_i^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{e}_i^{(j)}; \quad \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{g}_i^{(j)}; \quad \hat{h}^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{g}_1^{(j)}. \quad (\text{B.19})$$

Para obtener el control incremental, se sustituye (B.18) en (B.15), se anula J_k y se obtiene

$$\Delta u(k) = \Delta \hat{u}(k|k) = \frac{y_r(k+\lambda|k) - y(k) - \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{\eta}_i^{(\lambda)} \Delta y(k+1-i) - \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} \Delta u(k+1-i)}{\hat{h}^{(\lambda)}}. \quad (\text{B.20})$$

Finalmente, el control $u(k)$ es

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1). \quad (\text{B.21})$$

Análisis de la ley de control incremental

Aplicando la transformada z a la ley de control (B.20)–(B.21), podemos escribir

$$y_r(z) = y(z) + (1-z^{-1}) \hat{\Sigma}_\lambda(z^{-1}) y(z) + (1-z^{-1}) \hat{\Gamma}_\lambda(z^{-1}) u(z), \quad (\text{B.22})$$

con los polinomios

$$\hat{\Sigma}_\lambda(z^{-1}) = \hat{\eta}_1^{(\lambda)} + \hat{\eta}_2^{(\lambda)} z^{-1} + \dots + \hat{\eta}_{\hat{n}}^{(\lambda)} z^{-\hat{n}+1} \\ \hat{\Gamma}_\lambda(z^{-1}) = \hat{h}^{(\lambda)} + \hat{\gamma}_2^{(\lambda)} z^{-1} + \dots + \hat{\gamma}_{\hat{m}}^{(\lambda)} z^{-\hat{m}+1}. \quad (\text{B.23})$$

do $u(z)$ de (B.22) y sustituyendo en (B.5), se obtiene

$$= \frac{B(z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} y_r(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.24})$$

¹⁾ es el polinomio característico

$$B(z^{-1})[1 + \hat{\Sigma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})] + A(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1}). \quad (\text{B.25})$$

ndo (4.28) en (B.24), se obtiene

$$\frac{z^{-1}\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} y_{sp}(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.26})$$

¹⁾ es el polinomio característico del lazo cerrado

$$\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1}) = \hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1}) - B(z^{-1})\Phi_{\lambda}(z^{-1}). \quad (\text{B.27})$$

argumentos similares a los usados en el Apartado 4.5, podemos imponer la condición de estabilidad para los polinomios $\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})$ y $\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})$ alcanza para un horizonte de predicción λ suficientemente extenso aquí estamos interesados principalmente en comprobar si existen valores constantes de consigna sin errores permanentes a pesar de la presencia de perturbaciones constantes. Para ello, suponiendo de consigna es igual a una constante \bar{y}_{sp} , y que la perturbación constante con un valor \bar{p} , podemos aplicar el teorema del valor medio y obtener

$$\bar{y} = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} \bar{y}_{sp} + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} \bar{p} \right]. \quad (\text{B.28})$$

observarse en (B.25) que $\psi'_{\lambda}(1) = B(1)$ y usar esto en (B.27)

$$\hat{\psi}_{\lambda}(1) = B(1)[1 - \Phi_{\lambda}(1)]. \quad (\text{B.29})$$

la trayectoria de referencia (4.5) y el valor de λ de manera que la cual es una condición muy natural, puede verse que (B.28)

$$\bar{y} = \frac{\Delta_{\lambda}(1)}{1 - \Phi_{\lambda}(1)} \bar{y}_{sp}. \quad (\text{B.30})$$

Eligiendo la trayectoria de referencia (3.6) con ganancia estática unidad, el cociente en (B.30) es igual a 1 y se obtiene

$$\bar{y} = \bar{y}_{sp}. \quad (\text{B.31})$$

Este análisis demuestra que la ley de control incremental (B.20)–(B.21) es capaz de conducir la salida a cambios de consigna en escalón a pesar de las perturbaciones de carga constantes. También demuestra que la condición de tener un modelo predictivo con igual ganancia que el proceso no es necesaria en este caso para asegurar una desviación nula. Este aspecto, que tiene que ver con la robustez, es otra ventaja significativa de la formulación del control predictivo en incrementos.

Es interesante señalar la presencia del término $1 - z^{-1}$ en la ecuación del lazo cerrado (B.26) y los polinomios característicos $\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})$ y $\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})$. Este término representa una acción integral en el lazo de control, que es la que asegura el error permanente nulo entre la salida controlada y la consigna.

B.3 Modelos de respuesta a impulsos y escalones

Como se ha expresado en el Apéndice A, el modelo de respuesta impulsional tiene la forma

$$y(k) = \sum_{i=1}^k h_i u(k-i), \quad (\text{B.32})$$

donde h_i son los valores de la respuesta del proceso a un impulso unidad.

El modelo de respuesta a un escalón tiene la forma

$$y(k) = \sum_{i=1}^k s_i \Delta u(k-i), \quad (\text{B.33})$$

donde $\Delta u(k-i)$ es el incremento de la entrada

$$\Delta u(k-i) = u(k-i) - u(k-i-1).$$

Los s_i son los valores de la respuesta del proceso a un escalón unidad.

Ambos tipos de modelo pueden usarse como modelos predictivos en el marco de la estrategia extendida presentada en el Capítulo 4. De hecho,

de respuesta impulsional se han utilizado habitualmente en la de los denominados "Identification and Command" (IDCOM) y "Model Algorithmic Control" (MAC) [RM82]. En el mismo s modelos de respuesta a un escalón han sido la base del "Dyix Control" (DMC) [CR80].

strar el uso de este tipo de modelo en el marco del control a continuación se formula una ley de control similar a la dada do 4.3 pero ahora a partir de un modelo predictivo en respuesta . Para ello, consideremos el escenario de predicción ilustrado en con el intervalo $[k, k + \lambda]$ definido en el instante de muestreo k . que conocemos la entrada aplicada al proceso en los instantes k , podemos usar la ecuación (B.33) para escribir la salida a el instante $k + j$ en la forma

$$y(k) = \sum_{i=1}^j \hat{s}_i \Delta \hat{u}(k + j - i|k) + \sum_{i=j+1}^{k+j} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) \quad (\text{B.34})$$

$= 1, 2, \dots, \lambda$. Nótese que (B.34) es la misma ecuación que uponiendo entradas desconocidas $\Delta \hat{u}(k|k), \dots, \Delta \hat{u}(k + j - 1|k)$ te de predicción. También, distinguimos \hat{s}_i de s_i suponiendo ados de la respuesta del proceso a un escalón.

emas estables, la respuesta a un escalón tiende a un estado uando $k \rightarrow \infty$. Así pues podemos suponer que los coeficientes ntes para $i = N, \dots, k + j$, siendo N un número entero elegido a parte más significativa de la parte transitoria de la respuesta . Por tanto, podemos truncar el segundo sumatorio en (B.34)

$$y(k + j - i) \simeq \sum_{i=j+1}^{N-1} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) + \hat{s}_N \sum_{i=N}^{k+j} \Delta u(k + j - i). \quad (\text{B.35})$$

ue el último sumatorio en (B.35) es igual a la entrada $u(k + j - N)$, podemos escribir

$$\sum_{i=j+1}^{k+j} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) = y_{oj}, \quad (\text{B.36})$$

$$y_{oj} \simeq \sum_{i=j+1}^{N-1} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) + \hat{s}_N u(k + j - N). \quad (\text{B.37})$$

Definiendo los vectores

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= [\hat{y}(k + 1|k), \hat{y}(k + 2|k), \dots, \hat{y}(k + \lambda|k)]^T, \\ \Delta \hat{U} &= [\Delta \hat{u}(k|k), \Delta \hat{u}(k + 1|k), \dots, \Delta \hat{u}(k + \lambda - 1|k)]^T, \\ Y_o &= [y_{o1}, y_{o2}, \dots, y_{o\lambda}]^T, \end{aligned}$$

el conjunto de λ ecuaciones de (B.34) puede escribirse en la forma matricial

$$\hat{Y} = \hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o, \quad (\text{B.38})$$

donde S es la matriz de dimensión $\lambda \times \lambda$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{s}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{s}_2 & \hat{s}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{s}_\lambda & \hat{s}_{\lambda-1} & \hat{s}_{\lambda-2} & \dots & \hat{s}_1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.39})$$

A modo de ejemplo, consideramos ahora la evaluación de la salida del proceso en el horizonte de predicción mediante el índice rendimiento (B.14), el cual puede escribirse en la forma

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o - Y_r]^T Q [\hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o - Y_r] + \frac{1}{2} \Delta \hat{U}^T R \Delta \hat{U}, \quad (\text{B.40})$$

donde Y_r, Q y R se definen en la forma

$$\begin{aligned} Y_r &= [y_r(k + 1|k), y_r(k + 2|k), \dots, y_r(k + \lambda|k)]^T, \\ Q &= \text{diag} [Q_1, Q_2, \dots, Q_\lambda], \\ R &= \text{diag} [R_0, R_1, \dots, R_{\lambda-1}]. \end{aligned}$$

La minimización de J_k lleva a

$$\Delta \hat{U} = (\hat{S}^T Q \hat{S} + R)^{-1} \hat{S}^T Q (Y_o - Y_r). \quad (\text{B.41})$$

De (B.41), el control finalmente aplicado al proceso en cada instante k es

$$u(k) = \Delta \hat{u}(k|k) + u(k - 1) = \hat{h}_o^T (Y_o - Y_r) + u(k - 1), \quad (\text{B.42})$$

donde \hat{h}_o es la primera fila de la matriz $(\hat{S}^T Q \hat{S} + R)^{-1} \hat{S}^T Q$.

Un procedimiento similar puede desarrollarse para el caso del modelo de respuesta impulsional (B.32).

Modelos de estado

Consideremos un sistema multivariable descrito por el siguiente modelo de estado en tiempo discreto:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-r) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + \Delta(k).\end{aligned}\quad (\text{B.43})$$

El vector de estado de dimensión n y se considera disponible directamente bien mediante medición directa, bien obtenido mediante un controlador.

El vector de control es u y tiene dimensión p , mientras que y es la salida con dimensión m . A , B y C son matrices de dimensiones

Comparando este modelo con el descrito en el Apéndice A para un tipo de sistema lineal, observamos aquí la presencia del vector de estado $x(k)$ que representa la perturbación, del retardo r (expresado en número entero de veces el período de muestreo), así como del ruido de medida $w(k)$ que representa el efecto de los ruidos de medida en el vector de salida.

La estructura del modelo (B.43) puede ser útil para formular controladores predictivos para procesos multivariables. Para ello, podemos emplear la definición de un modelo predictivo de la forma

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+j|k) &= \hat{A}\hat{x}(k+j-1|k) + \hat{B}\hat{u}(k+j-1-\hat{r}|k) \\ (j &= 1, 2, \dots, \lambda + \hat{r}),\end{aligned}\quad (\text{B.44})$$

donde $\hat{x}(k)$ denota el vector de estado predicho en el instante k para el instante k . $\hat{u}(\cdot|k)$ denota la secuencia de vectores de control en el intervalo $[k, k+\lambda]$. Este modelo se redefine en cada instante de muestreo k a partir del vector de estado actual y de los controles aplicados en instantes anteriores.

$$\hat{x}(k), \quad \hat{u}(k-j|k) = u(k-j) \quad \text{para } j = 1, \dots, \hat{r}. \quad (\text{B.45})$$

Al aplicar (B.44) con (B.43), puede observarse que no se ha incluido el ruido de medida ya que se suponen desconocidos. Es necesario incluir perturbaciones medibles en la formulación que se define en la continuación. Pero no lo haremos con el propósito de simplificar el modelo. En el modelo predictivo se denotan los parámetros como \hat{A} , \hat{B} para distinguirlos de los del modelo (B.43), suponiendo que son estimados de los parámetros reales.

Podemos considerar un criterio de rendimiento lineal cuadrático, similar al usado en (4.4), en la forma

$$\begin{aligned}J_k &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\hat{r}+\lambda} [\hat{x}(k+j|k) - x_r(k+j|k)]^T Q_j [\hat{x}(k+j|k) - x_r(k+j|k)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} \hat{u}(k+j|k)^T R_j \hat{u}(k+j|k),\end{aligned}\quad (\text{B.46})$$

donde $x_r(k+j|k)$ es una trayectoria de referencia que puede ser redefinida en cada instante k a partir del vector de estado actual y que evoluciona con una dinámica que se prefija de forma análoga a la trayectoria de referencia definida en (4.5). Además, Q_j y R_j son matrices de peso simétricas.

En los dos siguientes apartados se siguen procedimientos similares a los descritos en los Apartados 4.3 y 4.4, respectivamente, para obtener dos leyes de control predictivo. En el primer caso, el control se obtiene a partir de la minimización directa del criterio (B.46). En el segundo caso se impone la condición de que la secuencia de vectores de control sea constante en el intervalo de predicción, lo que da lugar a una ley de control más sencilla computacionalmente.

B.4.1 Minimización de la función de coste

Aplicando (B.44) recursivamente a partir de la condición inicial (B.45), podemos escribir

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1|k) &= \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}u(k-\hat{r}) \\ \hat{x}(k+2|k) &= \hat{A}^2\hat{x}(k) + \hat{A}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \hat{B}u(k-\hat{r}+1) \\ &\dots \\ \hat{x}(k+\hat{r}|k) &= \hat{A}^{\hat{r}}\hat{x}(k) + \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{B}u(k-1) \\ \hat{x}(k+\hat{r}+1|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+1}\hat{x}(k) + \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{A}\hat{B}u(k-1) \\ &\quad + \hat{B}\hat{u}(k|k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 +2|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+2}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}+1}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{A}^2\hat{B}u(k-1) \\
 &\hat{A}\hat{B}\hat{u}(k|k) + \hat{B}\hat{u}(k+1|k) \\
 &\dots \\
 +\lambda|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+\lambda}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{A}^\lambda\hat{B}u(k-1) \\
 &\hat{A}^{\lambda-1}\hat{B}\hat{u}(k|k) + \hat{A}^{\lambda-2}\hat{B}\hat{u}(k+1|k) + \dots + \hat{B}\hat{u}(k+\lambda-1|k).
 \end{aligned} \tag{B.47}$$

los vectores de dimensión $(\hat{r} + \lambda)n \times 1$

$$\begin{aligned}
 &= [\hat{x}(k+1|k)^T, \dots, \hat{x}(k+\hat{r}|k)^T, \dots, \hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k)^T]^T \\
 &= [x_r(k+1|k)^T, \dots, x_r(k+\hat{r}|k)^T, \dots, x_r(k+\hat{r}+\lambda|k)^T]^T
 \end{aligned}$$

es

$$\begin{aligned}
 U_k &= [u(k-1)^T, u(k-2)^T, \dots, u(k-\hat{r})^T]^T \\
 \hat{U} &= [\hat{u}(k|k)^T, \hat{u}(k+1|k)^T, \dots, \hat{u}(k+\lambda-1|k)^T]^T,
 \end{aligned}$$

ones $\hat{r}p \times 1$ y $\lambda p \times 1$ respectivamente, la función de coste (B.46) puede escribirse en la forma siguiente:

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{X} - X_r]^T Q [\hat{X} - X_r] + \frac{1}{2} \hat{U}^T R \hat{U}, \tag{B.48}$$

matrices de peso son

$$\begin{aligned}
 Q &= \text{diag} [Q_1, \dots, Q_{\hat{r}}, \dots, Q_{\hat{r}+\lambda}] \\
 R &= \text{diag} [R_0, \dots, R_{\lambda-1}].
 \end{aligned}$$

nto de $\hat{r} + \lambda$ ecuaciones (B.47) puede agruparse en la forma

$$\hat{X} = Zx(k) + TU_k + N\hat{U}, \tag{B.49}$$

y T son las siguientes matrices de dimensiones $(\hat{r} + \lambda)n \times n$,

$(\hat{r} + \lambda)n \times \hat{r}p$, $(\hat{r} + \lambda)n \times \lambda p$, respectivamente:

$$Z = \begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{A}^2 \\ \vdots \\ \hat{A}^{\hat{r}} \\ \hat{A}^{\hat{r}+1} \\ \hat{A}^{\hat{r}+2} \\ \vdots \\ \hat{A}^{\hat{r}+\lambda} \end{pmatrix}; \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \hat{B} \\ 0 & 0 & \dots & \hat{B} & \hat{A}\hat{B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}-2}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B} \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{A}^2\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B} \\ \hat{A}^2\hat{B} & \hat{A}^3\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}+1}\hat{B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}^\lambda\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-1}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-2}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1}\hat{B} \end{pmatrix};$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hat{B} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{B} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}^{\lambda-1}\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-2}\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-3}\hat{B} & \dots & \hat{A}\hat{B} & \hat{B} \end{pmatrix}.$$

Sustituyendo (B.49) en (B.48) e imponiendo la condición sobre el gradiente

$$\frac{\partial J_k}{\partial \hat{U}} = 0,$$

se obtiene el vector \hat{U} que minimiza J_k en la forma

$$\hat{U} = -LZx(k) - LTU_k + LX_r, \tag{B.50}$$

donde

$$L = (N^T Q N + R)^{-1} N^T Q. \tag{B.51}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

de control $u(k)$ aplicado al proceso en el instante k es el primer elemento de \hat{U} , es decir,

$$u(k) = \hat{u}(k|k) = -D_1 x(k) - D_2 U_k + D_3 X_r. \quad (B.52)$$

D_1 es una matriz de ganancia que consiste en las primeras p filas de la matriz LZ , D_2 es una matriz que incluye las primeras p filas de T y D_3 es una matriz formada con las primeras p filas de L .

Predicción particular

La ley de control (B.52) puede ser costosa computacionalmente si se trata con sistemas de dimensión alta. Con el objetivo de reducir los cálculos asociados a la minimización de la función de coste (B.46), podemos imponer una forma específica a la secuencia de control. Como se ha discutido en el Capítulo 4 (Apartado 4.4), podemos imponer que la secuencia de control sea constante en el horizonte de predicción. Es decir

$$\hat{u}(k|k) = \hat{u}(k+1|k) = \dots = \hat{u}(k+\lambda-1|k). \quad (B.53)$$

Con el objetivo de reducir el coste computacional, podemos considerar una versión simplificada de la función de coste (B.46) en la forma

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) - x_r(k+\hat{r}+\lambda|k)]^T Q' [\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) - x_r(k+\hat{r}+\lambda|k)] + \frac{1}{2} \hat{u}(k|k)^T R' \hat{u}(k|k). \quad (B.54)$$

Como se muestra en (B.53) en la última predicción de (B.47), podemos escribir

$$\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) = Z^* x(k) + T^* U_k + N^* \hat{u}(k|k), \quad (B.55)$$

$$\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) = \hat{A}^{\lambda-1} \hat{B} + \hat{A}^{\lambda-2} \hat{B} + \dots + \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-2} \hat{B} + \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1} \hat{B}. \quad (B.56)$$

Al sustituir (B.55) en (B.54) e imponiendo

$$\frac{\partial J_k}{\partial \hat{u}(k|k)} = 0,$$

obtenemos la ley de control

$$u(k) = \hat{u}(k|k) = -D_1^* x(k) - D_2^* U_k + D_3^* x_r(k + \hat{r} + \lambda|k), \quad (B.57)$$

donde

$$\begin{aligned} D_1^* &= D_3^* Z^* \\ D_2^* &= D_3^* T^* \\ D_3^* &= (N^{*T} Q' N^* + R')^{-1} N^{*T} Q'. \end{aligned} \quad (B.58)$$

Como ya se ha mencionado, en el marco de la representación de estado, el control predictivo puede ser adecuado para aplicaciones de control multivariable. En el Capítulo 10 esto se ha visto en la aplicación al control activo de estructuras. También, desde un punto de vista teórico, el control predictivo puede ser interesante ya que puede explotar las ventajas del marco de la representación de estado para analizar propiedades como estabilidad y robustez [RLM88,LR89].

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 - - -
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Apéndice C

Propiedades Entrada/Salida de Procesos Lineales Estables

C.1 Introducción

En este apéndice se demuestra que los sistemas de tiempo discreto, lineales y estables, con parámetros constantes y con una función de transferencia racional propia, satisfacen la propiedad 7.3 del Capítulo 7. Esta propiedad caracteriza la clase de procesos de naturaleza lineal y estable. En primer lugar se demuestra este resultado para procesos con una entrada y una salida sin retardo. Después se considera el caso de procesos multivariables con retardo. Las funciones de transferencia racionales propias son las que se expresan como un cociente de polinomios tal que el grado del numerador es menor o igual que el grado del denominador. Esto corresponde a una ecuación en diferencias con más términos asociados a la salida que a la entrada, lo que ocurre usualmente en la descripción de procesos reales.

C.2 Procesos monovariantes sin retardo

Consideremos un proceso lineal con una entrada y una salida en tiempo discreto, con parámetros constantes, definido por la ecuación en diferencias

$$y(k) = a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + \dots + a_ny(k-n) + b_0u(k) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \dots + b_mu(k-m), \quad m \leq n. \quad (C.1)$$

1.1: Si el proceso (C.1) es estable (sus polos están dentro del círculo unitario), entonces se cumple la siguiente desigualdad para todo instante k :

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2,$$

donde τ_1 y τ_2 son constantes tales que $0 < \tau_1 < +\infty$ y $0 \leq \tau_2 < +\infty$.

□

Nota: La demostración distingue dos casos dependiendo de si el proceso tiene polos distintos o repetidos.

Polos distintos

La transferencia del sistema (C.1) es

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - \dots - a_n z^{-n}}, \quad m \leq n. \quad (C.2)$$

Dividiendo el numerador y el denominador por z^n y factorizando el denominador según sus n polos distintos p_1, \dots, p_n , (C.2) puede escribirse como

$$H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_m z^{n-m}}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_n)}. \quad (C.3)$$

La descomposición en fracciones simples, (C.3) se escribe en la forma

$$H(z) = c_0 + \frac{c_1}{z - p_1} + \frac{c_2}{z - p_2} + \dots + \frac{c_n}{z - p_n}, \quad (C.4)$$

Los coeficientes c_0, c_1, \dots, c_n se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} c_0 &= \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) \\ c_i &= (z - p_i) H(z) \Big|_{z=p_i}, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Para deducir una formulación de estado equivalente a (C.4) usando programación paralela [CM70] como se ilustra en la Figura C.1, las variables de estado, en el dominio de la z , se definen en la forma

$$\begin{aligned} x_i(z) &= \frac{1}{z - p_i} u(z), \quad i = 1, \dots, n \\ z x_i(z) &= p_i x_i(z) + u(z) \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.6)$$

En el dominio del tiempo:

$$x_i(k+1) = p_i x_i(k) + u(k), \quad i = 1, \dots, n. \quad (C.7)$$

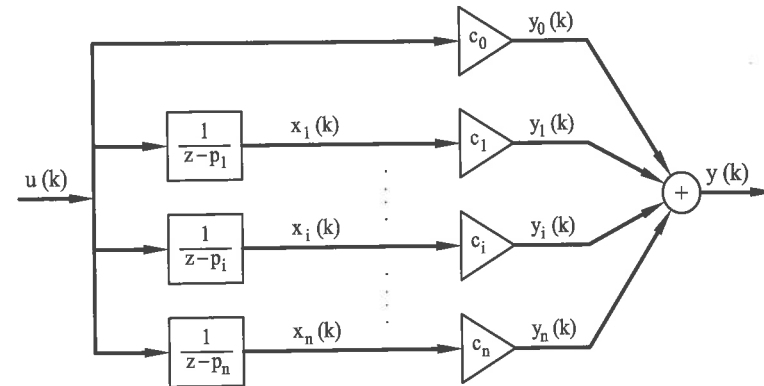


Figura C.1: Representación de estado equivalente para un proceso con polos distintos.

La salida del proceso $y(k)$ es la suma de las salidas parciales $y_i(k)$, es decir

$$y(k) = c_0 u(k) + \sum_{i=1}^n c_i x_i(k), \quad (C.8)$$

donde

$$\begin{aligned} y_0(k) &= c_0 u(k) \\ y_i(k) &= c_i x_i(k), \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.9)$$

Sea $k > 0$ un instante de tiempo arbitrario y \bar{k} ($0 < \bar{k} \leq k$) el instante en que

$$|y(\bar{k})| = \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)|. \quad (C.10)$$

Mediante aplicación recursiva de (C.7) a partir del instante inicial 0, podemos escribir

$$x_i(\bar{k}) = p_i^{\bar{k}} x_i(0) + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} p_i^{\bar{k}-1-j} u(j), \quad i = 1, \dots, n. \quad (C.11)$$

Tomando valores absolutos y usando la desigualdad de Cauchy-Schwarz:

$$|x_i(\bar{k})| \leq |p_i^{\bar{k}}| |x_i(0)| + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| |u(j)|. \quad (C.12)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

proceso es estable, tenemos $|p_i| < 1$ y por tanto

$$|p_i^{\bar{k}}| < 1, \tag{C.13}$$

$$\lim_{\bar{k} \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| = \frac{1}{1 - |p_i|}. \tag{C.14}$$

) podemos escribir

$$\sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| < \frac{1}{1 - |p_i|}, \tag{C.15}$$

$$\sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| |u(j)| < \frac{1}{1 - |p_i|} \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)|. \tag{C.16}$$

(C.12), (C.13) y (C.16) podemos escribir

$$|u(\bar{k})| + \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(\bar{k})| \leq |u(\bar{k})| + \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)| \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|}. \tag{C.17}$$

en (C.17) el hecho de que

$$\begin{aligned} |u(\bar{k})| &\leq \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)|, \\ \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)| &\leq \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)|, \end{aligned} \tag{C.18}$$

$$\sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} \right]. \tag{C.19}$$

τ_1 y τ_2 como

$$\tau_1 = \frac{1}{|c_0| + \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|}}; \quad \tau_2 = \tau_1 \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)|. \tag{C.20}$$

Entonces, (C.19) puede escribirse en la forma

$$\max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| > \tau_1 |y(\bar{k})| - \tau_2. \tag{C.21}$$

La sustitución de (C.10) en (C.21) completa la demostración para este caso. ■

Proceso con polos repetidos

Consideramos primero el caso en que la función de transferencia $H(z)$ tiene un polo para $z = p_n$ con multiplicidad q , mientras que los otros polos son todos distintos. En este caso, $H(z)$ puede escribirse en la forma

$$H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_m z^{n-m}}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_{n-q})(z - p_n)^q}, \tag{C.22}$$

que admite la siguiente descomposición en fracciones simples:

$$\begin{aligned} H(z) &= c_0 + \frac{c_1}{z - p_1} + \dots + \frac{c_{n-q}}{z - p_{n-q}} \\ &+ \frac{e_1}{z - p_n} + \frac{e_2}{(z - p_n)^2} + \dots + \frac{e_q}{(z - p_n)^q}, \end{aligned} \tag{C.23}$$

donde los coeficientes c_0 y c_i se calculan como se indica en (C.5) y los coeficientes e_i se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} e_q &= (z - p_n)^q H(z) \Big|_{z=p_n} \\ e_{q-1} &= \frac{d}{dz} [(z - p_n)^q H(z)] \Big|_{z=p_n} \\ &\vdots \\ e_1 &= \frac{1}{(n-1)!} \frac{d^{q-1}}{dz^{q-1}} [(z - p_n)^q H(z)] \Big|_{z=p_n} \end{aligned} \tag{C.24}$$

En este caso, a partir de (C.23) y mediante el mismo método de programación paralela considerado en el caso anterior, podemos introducir una

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ón de estado como se ilustra en la Figura C.2. Las correspondientes de estado se definen en la forma

$$\begin{aligned}
 x_i(z) &= \frac{1}{z - p_i} u(z), & i = 1, \dots, n - q \\
 x_{n-q+1}(z) &= \frac{1}{z - p_n} u(z) \\
 x_{n-q+2}(z) &= \frac{1}{z - p_n} x_{n-q+1}(z) \\
 &\vdots \\
 x_n(z) &= \frac{1}{z - p_n} x_{n-1}(z)
 \end{aligned}
 \tag{C.25}$$

nio del tiempo:

$$\begin{aligned}
 x_i(k+1) &= p_i x_i(k) + u(k), & i = 1, \dots, n - q \\
 x_{n-q+1}(k+1) &= p_n x_{n-q+1}(k) + u(k) \\
 x_{n-q+2}(k+1) &= p_n x_{n-q+2}(k) + x_{n-q+1}(k) \\
 &\vdots \\
 x_n(k+1) &= p_n x_n(k) + x_{n-1}(k).
 \end{aligned}
 \tag{C.26}$$

el caso precedente, la salida del proceso puede verse como la suma de salidas parciales que pueden agruparse en la forma

$$y(k) = y_s(k) + y_m(k), \tag{C.27}$$

$$y_s(k) = \sum_{i=0}^{n-q} y_i(k); \quad y_m(k) = \sum_{i=1}^q y_{n-q+i}(k), \tag{C.28}$$

$$y_0(k) = c_0 u(k), \tag{C.29}$$

$$y_i(k) = c_i x_i(k) \quad i = 1, \dots, n - q, \tag{C.30}$$

$$y_{n-q+i}(k) = e_i x_{n-q+i} \quad i = 1, \dots, q. \tag{C.31}$$

En el instante \bar{k} en el que se cumple la condición (C.10), tenemos

$$y(\bar{k}) = y_s(\bar{k}) + y_m(\bar{k}).$$

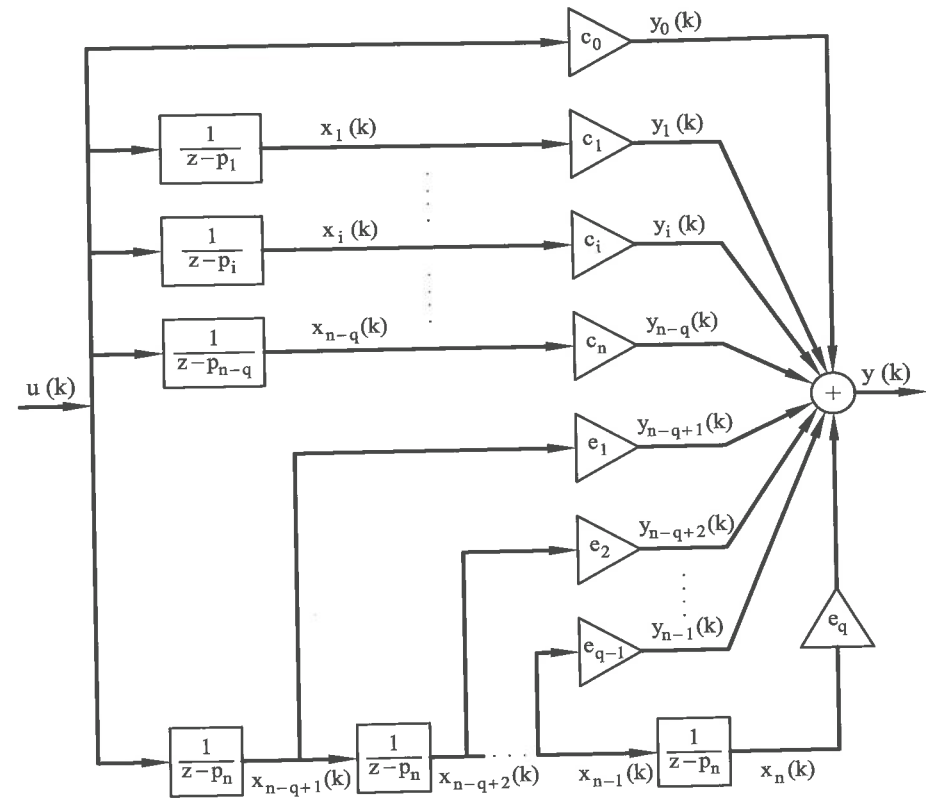


Figura C.2: Representación de estado equivalente para un proceso con un polo repetido.

Dado que $y_s(\bar{k})$ es la suma de salidas parciales asociadas con polos distintos, está acotado en forma similar a como se ha hecho en (C.19), es decir:

$$|y_s(\bar{k})| < \sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} \right]. \tag{C.32}$$

Ahora analizamos cómo $y_m(\bar{k})$ está acotado, considerando la contribución de los estados $x_{n-q+1}(\bar{k}), \dots, x_n(\bar{k})$. Aplicando recursivamente (C.26) podemos escribir

$$x_{n-q+1}(\bar{k}) = p_n^{\bar{k}} x_{n-q+1}(0) + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} p_n^{\bar{k}-1-j} u(j). \tag{C.33}$$

Dado que $|p_n| < 1$, podemos usar argumentos similares a los contenidos en

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

para escribir

$$|x_{n-q+1}(\bar{k})| < |x_{n-q+1}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|. \quad (\text{C.34})$$

aplicación recursiva de (C.26) da

$$|x_{n-q+2}(\bar{k})| = |p_n^{\bar{k}} x_{n-q+2}(0)| + \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} |p_n^{\bar{k}-1-l} x_{n-q+1}(l)|. \quad (\text{C.35})$$

Con los mismos argumentos que en (C.34), podemos escribir

$$|x_{n-q+1}(l)| < |x_{n-q+1}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \quad (\text{C.36})$$

$$l = 0, 1, \dots, \bar{k} - 1.$$

En (C.35), tenemos

$$|x_{n-q+2}(\bar{k})| < |p_n^{\bar{k}}| |x_{n-q+2}(0)| + |x_{n-q+1}(0)| \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} |p_n^{\bar{k}-1-l}| \quad (\text{C.37})$$

$$+ \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} |p_n^{\bar{k}-1-l}|.$$

Y en (C.15) (con $i = n$) en (C.37), nos queda

$$|x_{n-q+2}(\bar{k})| < |x_{n-q+2}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} |x_{n-q+1}(0)| \quad (\text{C.38})$$

$$+ \frac{1}{[1 - |p_n|]^2} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|.$$

Se comprueba que (C.36) y (C.38) son casos particulares de la

$$|x_{n-q+1}(k)| < \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| + \frac{1}{[1 - |p_n|]^i} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|, \quad (\text{C.39})$$

para todo $i = 1, \dots, q$.

En (C.31) y (C.39) en (C.28), se obtiene

$$|y(k)| < \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| + \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i}. \quad (\text{C.40})$$

A partir de (C.32) y (C.40), podemos escribir

$$|y(\bar{k})| \leq |y_s(\bar{k})| + |y_m(\bar{k})|$$

$$< \sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \sum_{i=1}^q |e_i| \sum_{j=i}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| \quad (\text{C.41})$$

$$+ \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} + \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i} \right].$$

Finalmente, la sustitución de (C.10) en (C.41) da

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2, \quad (\text{C.42})$$

donde τ_1 y τ_2 están definidos por

$$\tau_1 = \frac{1}{|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} + \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i}} > 0, \quad (\text{C.43})$$

$$\tau_2 = \tau_1 \left[\sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \sum_{i=1}^q |e_i| \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| \right] \geq 0.$$

La obtención de una expresión como (C.42) para el caso de procesos con varios polos repetidos es inmediata considerando, para cada polo, una salida parcial adicional como $y_m(k)$ y deduciendo la correspondiente condición de acotación como se ha hecho anteriormente para p_n . Esto concluye la demostración del teorema. ■

C.3 Procesos monovariantes con retardo

El proceso con una entrada y una salida con un retardo r se describe en la forma

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) + b_0 u(k-r) \quad (\text{C.44})$$

$$+ b_1 u(k-r-1) + b_2 u(k-r-2) + \dots + b_m u(k-r-m).$$

do el cambio de variable $u'(k) = u(k - r)$, se obtiene una relación (C.1) para relacionar $y(k)$ y $u'(k)$. En consecuencia, si se sabe, de acuerdo con el Teorema C.1, se deduce la siguiente

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u'(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2, \quad (C.45)$$

donde $0 < +\infty$ y $0 \leq \tau_2 < +\infty$. Deshaciendo el cambio de variable que la expresión (C.45) es válida para todo k , podemos

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j + r)| - \tau_2. \quad (C.46)$$

De esta manera se concluye que los sistemas lineales estables con retardo tienen la propiedad (7.3).

Procesos multivariados

Un proceso multivariable lineal y estable, con n entradas y m salidas, puede considerarse siempre en m procesos con una salida y n entradas. Cada una de estas salidas puede considerarse como la suma de m salidas correspondientes a n subprocesos monovariados. Cada uno de ellos satisface una condición del tipo (C.46). A partir de estas condiciones, se puede establecer una condición análoga para las normas de los vectores de entrada y salida del proceso multivariable en la forma

$$\max_{0 \leq j \leq k} \|u(j)\| > \Gamma_1 \max_{0 \leq j \leq k} \|y(j + r)\| - \Gamma_2 \quad (C.47)$$

$0 < \Gamma_1 < +\infty; \quad 0 \leq \Gamma_2 < +\infty.$

donde $u(j)$ e $y(j)$ son vectores compuestos por las n entradas y las m salidas del proceso. El escalar r está definido por

$$r_{ij} = \min \{r_{ij}\}; \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n,$$

donde r_{ij} son los retardos puros de los correspondientes subprocesos en que se descompone el sistema global.

Apéndice D

ADEX COP: Manual de Usuario. Edición Avanzada

D.1 Introducción

Este Apéndice incluye el manual de ayuda a la configuración y al uso práctico de la plataforma software ADEX COP en su edición avanzada. El diseño de esta plataforma ha sido presentado en el Capítulo 11 de este libro con el énfasis puesto en los criterios metodológicos que permiten aplicar de forma sistemática los controladores Adaptativos Predictivos Expertos (ADEX). Este Apéndice complementa dicha presentación describiendo en detalle los procedimientos a seguir para la aplicación de ADEX COP a procesos mono y multivariados.

La plataforma software ADEX COP está diseñada para su instalación en un sistema de control genérico (denominado sistema *Host*) y permitir la integración de los controladores ADEX en la propia lógica de control de dicho sistema. Para lograr dicha integración, ADEX COP proporciona:

- Subrutinas software u operadores gráficos, dependiendo del lenguaje de programación del sistema Host, que definen la interacción explícita de entrada/salida (E/S) del controlador ADEX con el resto de la lógica de control del Host.
- Un software de Definición del Conjunto de Controladores que permite

ición de los controladores ADEX que utilizará el sistema Host. ware de Configuración, que permite al usuario determinar el ambiente interno de cada uno de los controladores usados por na Host.

ientes apartados, después de un breve resumen de la metodología de control y optimización, este manual considerará en detalle iba indicados referidos a la Edición Avanzada de ADEX COP mente, a los controladores ADEX avanzados.

Metodología ADEX

Principios metodológicos

isto en este libro, ADEX es una nueva generación de control predictivo (AP) que combina control AP con control experto definición de dominios de operación para ambas formas de esquema integrado. La evolución de las variables de entrada (E/S) del proceso determina si debe ser aplicado control AP o control experto, según el correspondiente dominio de operación.

La configuración general de un controlador ADEX se presenta en la figura D.1, en cada instante de control, de los diferentes bloques en dicha figura se describe a continuación:

El *Bloque Experto* determina, por un lado, cuándo tiene que aplicarse control adaptativo predictivo o control experto. Por otro lado, cuando se aplica control AP, este bloque interactúa con los bloques de ADEX como se describe en los puntos siguientes.

El *Bloque Conductor* genera un valor futuro que pertenece a una trayectoria deseada para cada variable de salida del proceso. Esta trayectoria deseada conduce dicha variable de salida hacia su consigna, teniendo en cuenta un criterio de rendimiento deseado. El bloque experto tiene la capacidad de modificar este criterio de rendimiento con el fin de acomodar el comportamiento deseado de ADEX a los diferentes dominios de operación.

- El *Bloque de Control* utiliza un modelo adaptativo predictivo (AP), que define una relación matemática causa-efecto entre las variables de entrada y salida del proceso, para generar un vector de control que hace que las salidas predichas del proceso sean iguales a las salidas deseadas generadas por el bloque conductor. Cuando se aplica control experto, este bloque genera una señal de control a partir de un conjunto de reglas.
- El *Mecanismo de Adaptación* utiliza las medidas en tiempo real de las variables de E/S del proceso para:
 1. Adaptar los parámetros del modelo AP con el fin de minimizar el error de predicción para cada variable de salida del proceso. El bloque experto determina cuándo se ejecuta la adaptación, teniendo en cuenta las condiciones de operación.
 2. Permitir al bloque conductor rediseñar las trayectorias deseadas de salida, teniendo en cuenta la evolución de las variables de E/S del proceso.

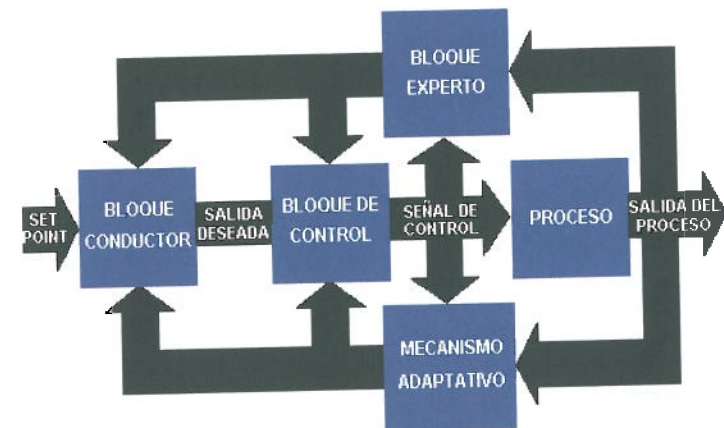


Figura D.1: Configuración general de un controlador ADEX.

De esta forma, cuando las variables de E/S del proceso evolucionan en un dominio de control adaptativo predictivo, el bloque experto determinará la aplicación de control AP. El mecanismo adaptativo identificará la relación causa-efecto del proceso y el bloque de control será capaz de predecir y controlar la evolución de las variables del proceso. De esta forma,

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

se el error de predicción hacia cero, las variables de salida del proceso se aproximarán a sus trayectorias deseadas para estabilizarse en

Las variables de E/S del proceso evolucionan en un dominio de control experto, el bloque experto determinará la aplicación de control. En algunos casos, el bloque de control calculará el vector de control según la inteligencia de los operadores humanos, de forma similar a lo que ocurre en los bien conocidos sistemas de lógica difusa o expertos.

Optimización ADEX

La optimización ADEX es un sistema Host que usa controladores ADEX para obtener la optimización del proceso. Ello implica la minimización del consumo de energía (y otros recursos), maximización de la producción en calidad y cantidad, y un funcionamiento normal, estable que alargará la esperanza de vida del proceso. Un sistema experto puede estar presente en un sistema de optimización ADEX integrando en su estructura los controladores ADEX con Lógica de Optimización Completa (LOC) para implementar estrategias de optimización del proceso basadas en los siguientes principios:

Se desarrollará para definir diferentes estrategias de optimización para los diferentes escenarios de operación del proceso. Para cada estrategia de optimización, la LOC:

Determinará, teniendo en cuenta las características específicas de la instrumentación del proceso, cómo tienen que ser tratadas las variables de salida del proceso y las salidas de los controladores ADEX antes de ser suministradas a los controladores ADEX y las variables de entrada al proceso, respectivamente.

Definirá los enclavamientos entre los diferentes controladores ADEX y cualquier lógica adicional requerida en la estrategia de control para considerar todas las posibles condiciones de operación.

Definirá los puntos de operación que optimizan el funcionamiento del proceso, aprovechando el control preciso y la estabilidad proporcionada por los controladores ADEX.

- Los controladores ADEX operarán, en los dominios de control experto y adaptativo predictivo, como se describe en los siguientes puntos:

1. En un dominio de control experto, asegurarán la convergencia de las variables del proceso hacia el dominio de control adaptativo predictivo adjunto.
2. Una vez en el dominio de control adaptativo predictivo, las salidas del proceso serán conducidas a través de las trayectorias deseadas hacia las consignas y estabilizadas en su entorno.

De esta forma, el funcionamiento de los controladores ADEX garantizará la estabilización de las salidas del proceso en sus consignas y, por consiguiente, permitirá a la LOC del Host la búsqueda de los puntos óptimos de operación y, consecuentemente, la optimización de la operación del proceso en tiempo real.

D.2.3 Una implementación práctica de controladores ADEX en el caso multivariable

Como se ha descrito anteriormente, la metodología ADEX es multivariable por naturaleza. Por consiguiente, puede ser aplicada a procesos MIMO con m entradas y n salidas. En la presente implementación de ADEX COP se supone que:

1. $m \geq n$, es decir que el número de entradas será siempre mayor o igual que el número de salidas.
2. Dentro de las m variables de entrada del proceso hay un subconjunto de n entradas cuyos valores pueden ser manipulados por el sistema de control para controlar las n variables de salida del proceso. Dichas n entradas forman el vector de control.
3. El resto de las $m - n$ variables de entrada del proceso son consideradas como perturbaciones que actúan sobre las variables de salida del proceso y cuyos efectos son tomados en cuenta por el controlador ADEX en el cálculo del vector de control.
4. $3 \geq m \geq n$, es decir que el número máximo de variables de entrada y salida del proceso es 3.

les de salida del proceso y las perturbaciones anteriormente
as son entradas al controlador ADEX y pueden ser conve-
te definidas por la LOC del Host a partir de las pertur-
las salidas del proceso medidas. En el mismo sentido,
entes del vector de control son las salidas del controlador
ueden ser convenientemente tratadas por la LOC del Host
cir las señales reales de control aplicadas al proceso.

ráctica de aplicar la metodología ADEX a procesos multi-
omponer internamente el controlador multivariable ADEX
e n controladores ADEX multi-entrada única-salida (MISO).
os controladores ADEX MISO impone una condición a ser
vector de control, que se calcula a partir de este conjunto
n cada instante de control. Esta forma se ha usado en
ementación de ADEX COP. Por ejemplo, un controlador
e controlar 2 variables de salida del proceso manipulando
es del vector de control y teniendo en cuenta el efecto de
a. El controlador ADEX 3×2 considera internamente 2
 $\times 1$. Los cálculos relativos al funcionamiento de estos 2
ernos se hacen separadamente teniendo en cuenta su pro-
peración, excepto para el cálculo del vector de control, en
ciones se consideran de forma apropiada.

z ADEX COP / LOC del Host

ADEX COP y la LOC del Host será determinada me-
brutinas software u operadores gráficos, dependiendo del
amación usado por la lógica de control del Host. En este
remos el uso de un lenguaje de programación gráfico y, por
arán operadores gráficos en vez de subrutinas software.
se integrarán en la librería de operadores del Host para el
los esquemas de control y optimización (ECO). Una vez
n compilados, un controlador ADEX por cada uno de los
dos estará preparado para entrar en funcionamiento en el
por el ECO correspondiente.

ispone de un conjunto de controladores ADEX que pueden
la LOC del Host y son representados por el correspon-

diente conjunto de operadores mostrados en la Figura D.2. Como se ha
explicado en el apartado anterior, un controlador multivariable ADEX se
compone de uno o más controladores MISO ADEX que están relacionados
dinámicamente.

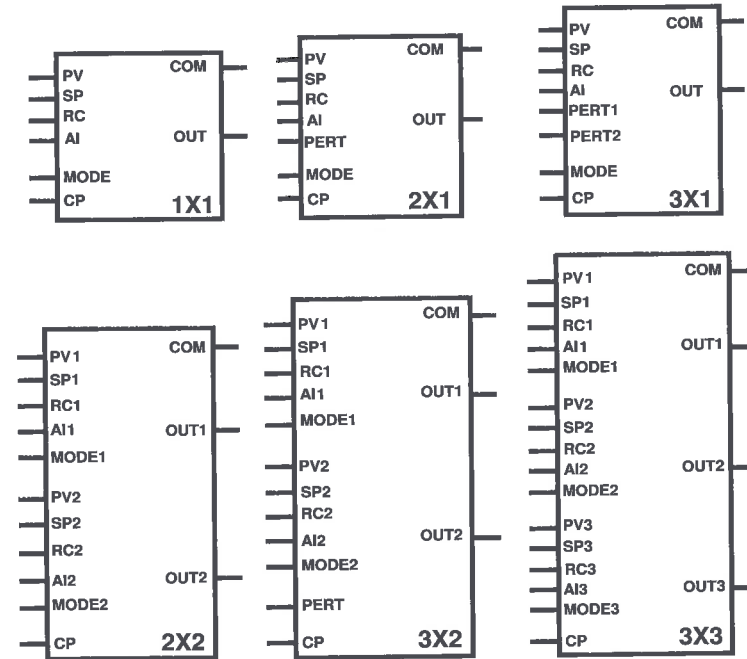


Figura D.2: Operadores gráficos para controladores ADEX.

Cada operador de la Figura D.2 muestra en la parte izquierda los pines
que se usarán para interconectar gráficamente la LOC del Host con las
variables de entrada del controlador y, en el lado derecho, los pines que
interconectarán las salidas del controlador con la LOC del Host.

A continuación se describen los pines de la izquierda del operador 2×1
que representan entradas analógicas del controlador:

- PV - Variable de salida del proceso a controlar por el controlador ADEX.
- SP - Consigna o valor deseado para la PV.
- RC - Velocidad máxima de cambio de la variable del proceso (PV) bajo control cuando se aproxima a la consigna. Este parámetro puede

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

urado para ser determinado internamente o externamente ica del Host. En este último caso, la lógica del Host trans- alor de RC usando este pin.

na acción de control aplicada realmente al proceso corres- o a la última acción de control del controlador ADEX. Estas s podrían ser diferentes debido a límites de control u otras

Variable de perturbación que afecta a la evolución de la PV.

íodo de control, en segundos, que puede ser configurado eteterminado internamente o externamente por la lógica del este último caso, la lógica del Host transferirá el valor de CP e pin. Cuando se está funcionando bajo control automático, de control determina el tiempo entre dos acciones de control por el controlador ADEX.

ida analógica del operador es:

cción de control producida por el controlador.

ociados en el operador 2×1 con entradas y salidas digitales

Esta es una variable de entrada que determina el modo de del controlador. Cuando toma el valor 1, el controlador en- do AUTOMÁTICO (“AUTO”), lo que significa que calcula de control OUT a ser aplicada al proceso. Cuando MODE valor 0, el controlador entra en modo EXTERNO (“EX- ”), lo que significa que la acción de control es determinada C del Host.

sta es una variable de salida que toma el valor 1 cuando la ión entre el sistema Host y el controlador está funcionando ente. En caso contrario, la variable toma el valor 0.

rvarse que en el operador 3×1 hay dos pines de entrada F2, dado que en este caso se consideran dos variables de erentes.

Cuando el controlador ADEX incluye dos o tres controladores MISO ADEX, entonces a los nombres de los pines PV, SP y MODE les sigue el número del controlador MISO ADEX correspondiente. El número que sigue a un OUT en estos controladores MISO ADEX se selecciona generalmente teniendo en cuenta el efecto dinámico que cada uno tiene en la correspondiente PV. Al más significativo de ellos se le asignará el mismo número de la PV y considerará informalmente como la señal de control del correspondiente controlador MISO. Los OUTs con número diferente del de la PV, se consideran informalmente como perturbaciones del controlador MISO ADEX de la PV.

Los diferentes controladores MISO ADEX, dentro del mismo contro- lador multivariable ADEX, pueden estar funcionando bajo diferentes modos de operación.

D.4 Definición del conjunto de controladores

D.4.1 Login y definición de controladores

Cuando el software de ADEX COP se activa en el sistema Host, se presen- tarán unas ventanas de presentación y de acceso al sistema como se ilustra en la Figura D.3.

Cuando el sistema se instala por primera vez, el nombre de usuario y contraseña válidos son “manager” y “manager”, respectivamente. El admi- nistrador de proyecto (“Project Manager”) puede modificar posteriormente estos datos. También puede definir nombres de usuarios y contraseñas para otros usuarios de ADEX COP, como se explica más adelante en el Apartado 4.3. Una vez que se introducen correctamente el nombre de usuario y la contraseña, ADEX COP muestra la ventana de Definición del Conjunto de Controladores (“Controller Set Definition” - CSD), como puede verse en la Figura D.4, que permite al usuario definir el conjunto de los controladores ADEX que se van a usar en los esquemas de control y optimización del sistema Host. Este conjunto de controladores ADEX puede incluir controladores de la edición estándar, de tipo básico y estándar, así como los de tipo avanzado que se consideran en la presente Edición Avanzada.

El número total de señales PV, OUT y PERT consideradas dentro de

Catagena

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

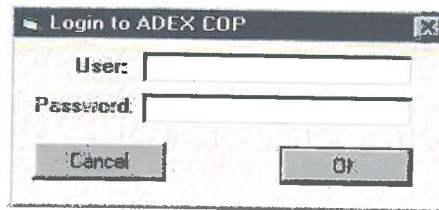
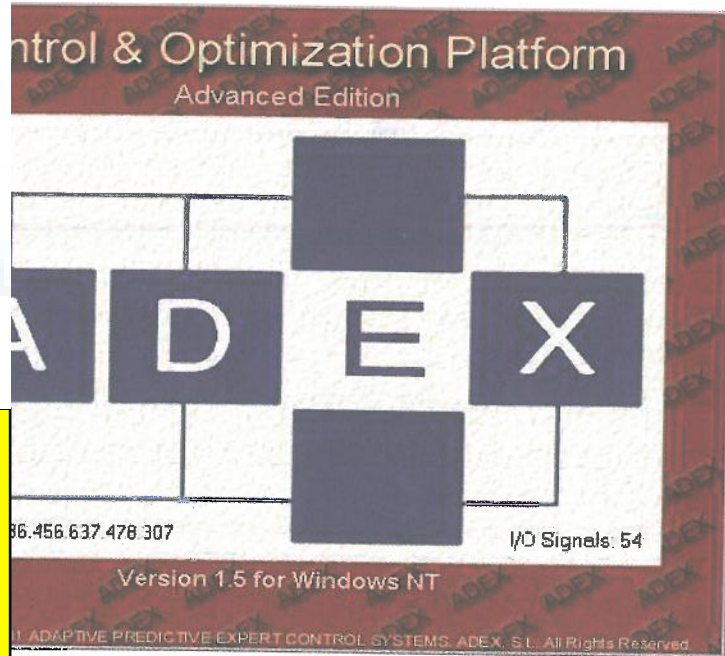


Figura D.3: Ventanas de presentación y acceso.

á limitado por el número de señales E/S especificado en la a tipo de controlador para el ADEX COP en cuestión.

verse en la Figura D.4, la ventana CSD muestra el número S que considera la licencia y el número de estas señales sado para cada tipo de controlador por el conjunto de definido. Además, la ventana CSD presenta una Tabla uario introducir los nombres de los diferentes controladores, su tipo y su estructura de E/S.

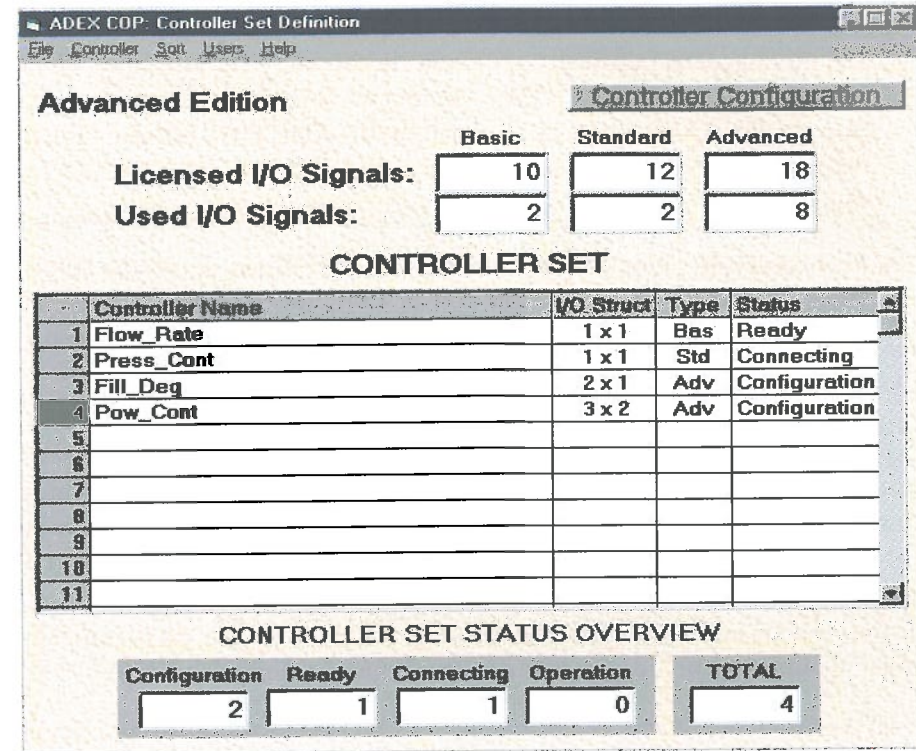


Figura D.4: Ventana de definición del conjunto de controladores (CSD).

D.4.2 Estado de los controladores

En la tabla de la ventana CSD una columna presenta el estado de los controladores, que puede ser:

- **Configuration** - Bajo este estado se está definiendo el funcionamiento interno del controlador y el controlador no está preparado todavía para operar. El controlador no intenta comunicarse con la LOC del Host. Cuando se introduce el nombre de un nuevo controlador en la ventana CSD, ADEX COP le asigna este estado.
- **Ready** - En este estado el funcionamiento interno del controlador está ya configurado. El controlador está preparado para operar e intenta comunicarse con la LOC del Host. Este estado es establecido por el usuario, seleccionando en el menú la opción "Controller, Ready".

1 - El controlador está en operación, como parte de la operación correspondiente esquema de control y optimización (ECO) ha incluido. Este estado es asignado automáticamente a ADEX COP, cuando el controlador ADEX en estado "Ready" establece una correcta comunicación con la correspondiente LOC del

g - Cuando un controlador ADEX, en el estado "Operación", establece la comunicación con la LOC del Host, ADEX COP le asigna automáticamente este estado. Una vez que la comunicación se establece con éxito, se restituye el estado "Operation".

El usuario introduce un conjunto de nombres de controladores correspondiente de la Tabla del Conjunto de Controladores para comenzar la configuración de cada uno de ellos. Para ello, se selecciona un controlador en la tabla de la ventana CSD haciendo clic en el botón "Controller Configuration" o hacer doble clic en la columna (izquierda) o seleccionar la opción de menú "Configuration" o presionar la combinación de teclas Ctrl-F.

El botón "Controller" de esta ventana CSD tiene también las opciones "Configuration Status", que cambian el estado del Controlador al estado correspondiente.

de la ventana CSD

La ventana CSD presenta los siguientes Submenús y Opciones:

Guarda todos los controladores definidos, con su estructura y configuración, sin salir.

Desde el Configurador de ADEX COP, después de guardar los controladores definidos.

Unload - Sale del Configurador de ADEX COP, después de guardar todos los controladores definidos y haber terminado la configuración. Más adelante, la ejecución de estos controladores se emprende volviendo a cargar el Servicio Windows NT de ADEX COP por procedimientos estándar.

• Controller

1. *Configuration* - Muestra la Ventana de Configuración para el Controlador seleccionado.
2. *Delete* - Borra el Controlador seleccionado.
3. *Ready Status* - Cambia el estado del Controlador a "Ready".
4. *Configuration Status* - Cambia el estado del Controlador a "Configuration".
5. *Acquisition Base Name* - Cuando se desea asignar al controlador seleccionado un Nombre de Sección diferente del que corresponde a su tipo y estructura, esta opción muestra una ventana de diálogo para introducir el nombre elegido desde el "Acquisition Definition File" (Fichero de Definición de la Adquisición) (ver la Configuración específica de la Interfaz del Host).
6. *Acquisition String* - Muestra una ventana de diálogo para introducir una cadena de caracteres para el controlador seleccionado, que define su ubicación individual en el Host. La sintaxis y el contenido de la cadena dependerá de la interfaz de adquisición con el Host (ver la Configuración específica de la Interfaz del Host).

• Sort

1. *Controller Set* - Ordena todos los controladores definidos en orden alfabético.

• Users

1. *Change Password* - Inicia una secuencia de ventana de diálogo para introducir y confirmar una nueva contraseña para el usuario actual, después de comprobar la antigua.
2. *List* - Esta opción permite añadir nuevos usuarios a ADEX COP y sólo está habilitada cuando el usuario actual tiene nivel de acceso de "Project Engineer". Así, sólo un Project Engineer puede añadir nuevos usuarios. Esta opción muestra la Ventana de Usuarios, que contiene la lista de todos los usuarios definidos, incluyendo su fecha de última configuración y su nivel de acceso. La Ventana de Usuarios también contiene los dos siguientes botones:

- *Add* - Muestra una ventana de diálogo para introducir un nuevo Usuario, con su Nombre, Nivel de Acceso y Contraseña Inicial (esta contraseña se visualiza en texto claro, porque se supone que será cambiada por el nuevo usuario en su primera sesión). La lista de usuarios se ordena automáticamente en forma alfabética.
- *Password* - Muestra una ventana de diálogo para introducir una nueva Contraseña para el usuario seleccionado, sin requerir ni ver la antigua. Esta opción se ha previsto para el caso de que algún usuario ha perdido su contraseña.

Basic Ed. Help - Conduce a la Ayuda de la Edición Básica.

Standard Ed. Help - Conduce a la Ayuda de la Edición Estándar.

Advanced Ed. Help - Conduce a la Ayuda de la Edición Avanzada.

Configuración de un controlador

Conceptos básicos

Se considera los conceptos básicos para la configuración de los controladores avanzados ADEX SISO y MIMO. Cuando un controlador es configurado por primera vez, el correspondiente ECO del Host envía una señal de modo externo a cada uno de los controladores considerados en el correspondiente operador ADEX. En ADEX COP asumirá un funcionamiento de modo externo para

la configuración de los controladores multivariables ADEX en la práctica. Avanzada se hace a través de la configuración de los controladores anteriormente considerados. Así, en el proceso de configuración siempre un controlador MISO seleccionado para configurar el controlador ADEX. Un controlador ADEX con una única PV, una o dos PERTs, y ninguna, una o dos PERTs, es un caso particular de configuración general. ADEX COP supone que se cumplen las condiciones:

- El usuario configurará primero un dominio AP para cada uno de los controladores MISO del controlador ADEX, que será llamado AP-C (C de "Centrado"). Los límites de este dominio serán por defecto los del rango de la PV correspondiente.
- El usuario, más tarde, puede proceder a configurar uno o dos Dominios AP adicionales para cada controlador MISO, llamados AP-U (U de "Upper", superior) y AP-L (L de "Lower", inferior), teniendo en cuenta la situación de sus límites en relación con los del dominio AP-C correspondiente. Para ello, el usuario cambiará al Dominio de Configuración deseado e introducirá sus límites de dominio deseados (LDL y UDL).
- Los dominios definidos siempre cubrirán el rango de la PV correspondiente.
- Una vez que los dominios AP deseados están configurados, el usuario, si así lo decide, puede proceder a configurar los Dominios Expertos. Para cada uno de los controladores MISO puede definirse en el rango superior de la PV un dominio EX-U y en el rango inferior un dominio EX-L.
- Una vez completada la configuración de un controlador, el usuario puede cambiar el estado del controlador a "Ready", pero siempre puede volver al modo de configuración e introducir modificaciones e incluso borrar un dominio o el propio controlador.

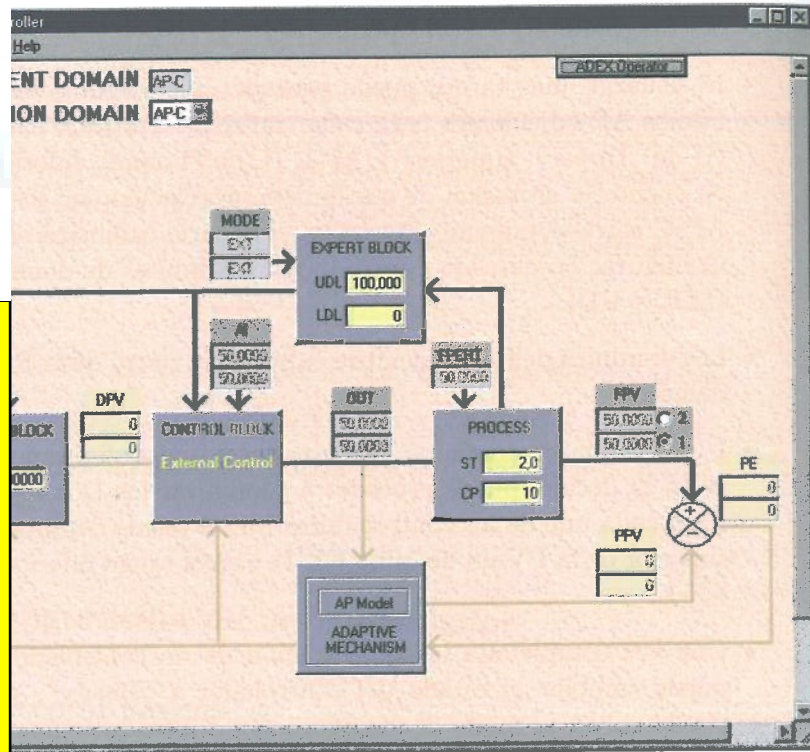
Incluso en el estado de "Operation", el usuario, si así lo decide, puede siempre introducir cambios en la configuración del controlador en tiempo real, tanto si el controlador MISO correspondiente está en modo externo como en automático.

En lo que sigue, se considera la configuración práctica de dominios AP o EX para controladores avanzados. Se considera primero la configuración de un controlador ADEX 3×2 y, posteriormente, la configuración de todos los otros casos se deduce fácilmente de ella.

D.5.2 Ventana de configuración de un controlador ADEX

Cuando el usuario selecciona un controlador ADEX con una estructura de E/S 3×2 en la tabla de la ventana CSD y va a "Controller Configuration"

le los procedimientos arriba mencionados, se mostrará la ventrolador ADEX que se ve en la Figura D.5.



ra D.5: Ventana de configuración de un controlador ADEX.

se crea un nuevo controlador, todos los parámetros tienen sus defecto. El controlador MISO seleccionado por defecto es el que a la PV1. Esto puede advertirse en la Figura D.5, por estar una marca (●) la componente FPV1 en el vector FPV, que es grado de las variables de salida del proceso.

igura D.5 podemos ver:

minio Actual de la PV1 y el Dominio de Configuración, que n el dominio de operación actual de la PV para el controlador seleccionado y el dominio que el usuario quiere configurar. El dro del Dominio de Configuración permite al usuario seleccionar hier dominio para configuración.

- *Los bloques del Controlador ADEX*, es decir, Proceso, Bloque Experto, Bloque Conductor, Bloque de Control y Mecanismo Adaptativo. Los tres primeros bloques muestran parámetros del controlador MISO seleccionado para ser configurados por el usuario. Así, el Bloque de Proceso presenta valores por defecto del tiempo de muestreo (ST) y el período de control (CP) del controlador para el dominio AP-C que se considera en la Figura D.5. Estos parámetros del Bloque de Proceso son comunes para todos los controladores MISO, y el controlador ADEX siempre usará los valores configurados por el controlador MISO número 1. El Bloque Experto muestra los valores del límite superior del dominio (UDL) y el límite inferior del dominio (LDL). El Bloque Conductor muestra la velocidad máxima de cambio (RC) deseada para la variable del proceso. Por otro lado, cuando el usuario hace clic en los Bloques Experto, Conductor, de Control y del Mecanismo Adaptativo, se muestran las ventanas de configuración de parámetros para dichos bloques. Como se considera en los siguientes apartados, el usuario determinará el funcionamiento deseado de cada uno de los bloques de ADEX definiendo convenientemente los valores de los parámetros en dichas ventanas de configuración. Como se puede observar, los bloques ADEX son representados por botones, que permanecen activos cuando son significativos para el dominio de configuración seleccionado; de otro modo, estarán inactivos y aparecen tenues.

- *Las principales variables en tiempo real* que, como se puede observar en la Figura D.5, están agrupadas en vectores de dos componentes, cada una de ellas correspondiente a uno de los dos sistemas MISO incluidos en el controlador considerado. Estas variables de cada controlador MISO son:

1. La variable de modo (MODE) que, junto con la variable PV del dominio actual, determina básicamente el tipo de operación del Bloque Experto para el correspondiente sistema MISO.
2. La entrada real (AI) que está siendo aplicada al Proceso, que es una entrada al Bloque de Control.
3. La consigna (SP) y la variable de proceso deseada (DPV), que son la entrada y la salida del Bloque Conductor respectivamente.
4. La salida del Bloque de Control (OUT), la perturbación que actúa en el proceso (PERT) representada por un único valor

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

omún a ambos sistemas MISO, y la variable filtrada del proceso (FPV), que son las variables de entrada y salida del proceso respectivamente.

la variable del proceso predicha (PPV), que es la salida del Modelo AP dentro del Mecanismo Adaptativo.

El error de predicción (PE).

variables muestran un valor para cada uno de los controladores sólo cuando tienen sentido funcional.

líneas de interrelación entre los distintos bloques. Estas líneas en negro cuando indican una interrelación de operación entre dos bloques del sistema MISO seleccionado; en otro caso, no. Como en la Figura D.5 la variable de modo del sistema seleccionado está en "External", sólo las líneas de la parte superior están activas. En este caso, el Bloque Experto determina la actividad del Bloque Conductor y del Mecanismo adaptativo. También determina el funcionamiento del Bloque de Control, que puede ser un OUT igual a AI. La etiqueta "External Control" sobre el Bloque de Control indica su modo de operación para el sistema MISO seleccionado.

Botón de Operador ADEX. Si se hace clic sobre este botón, se muestra un esquema del Operador del controlador ADEX relacionado con el controlador MISO seleccionado, mostrando el valor en tiempo real de las variables de E/S de dicho controlador MISO.

En los apartados siguientes se considerará primero la configuración de los parámetros del controlador MISO para los Dominios AP teniendo en cuenta uno de los bloques ADEX y posteriormente para los Dominios EXPERTO. En ambos casos, se considerará también el papel del Operador

Contenido de la ventana de configuración de un controlador

La Ventana de Configuración de un Controlador presenta los siguientes menús y Opciones:

- File

1. *Save* - Guarda la configuración del controlador.
2. *Exit to CtrlSetWindow* - Abandona la Ventana CSD, después de guardar la configuración del controlador.

- Controller

1. *Ready Status* - Cambia el estado del Controlador que se está configurando al estado "Ready".
2. *Configuration Status* - Cambia el estado del Controlador que se está configurando al estado "Configuration".

- Domain

1. *Copy* - Copia el Dominio de Configuración a un portapapeles interno a la aplicación, de tal forma que puede ser pegado más tarde.
2. *Paste* - Pega al Dominio de Configuración el último dominio copiado al portapapeles interno a la aplicación, sólo si ambos dominios son del mismo tipo (es decir, ambos AP o ambos Experto). Esto permite copiar los parámetros de dominio entre dominios, que pueden pertenecer al mismo o a diferentes controladores.

Los parámetros que pertenecen a un dominio AP son: CP, FL de la Variable del Proceso, FL de PERT, IL, LIL, SI y todos los parámetros de los Bloques Experto, Conductor y Mecanismo Adaptativo.

Los parámetros que pertenecen a un dominio EXPERTO son: CP, FL de la Variable del Proceso, FL de PERT, IL y todos los parámetros de la Ventana de Configuración del Control Experto (a la que se accede a través del Bloque de Control) y del Bloque Experto.

Se copian todos los parámetros del dominio, excepto los LDL y UDL del Bloque Experto, porque definen la "posición" de cada dominio en el rango de la PV.

- Help

Presenta la Ayuda de la Edición correspondiente al tipo de Controlador que se está configurando.

Figuración de los dominios AP

ceso

os que serán configurados dentro del Bloque de Proceso son dos los controladores MISO y se establecen en la configuración MISO número 1, que determina su valor para todo ADEX, como se explica a continuación:

íodo de tiempo de muestreo, que determina la frecuencia con el controlador ADEX recibirá información desde el sistema Host, habitualmente los valores actuales del vector medido de salida del PV, la señal de perturbación PERT, el vector de entrada real del vector de modo de operación MODE. En general, este período de muestreo estará condicionado por el período de tiempo de configuración del esquema del sistema Host, que incluye el Operador correspondiente. El valor de este parámetro se introduce en s.

Período de Control, que determina el número de períodos de muestreo entre dos acciones de control generadas por el controlador ADEX, cuando funciona en modo automático. El período de control puede establecerse a través de la ventana de configuración del controlador o por la lógica del Host. El procedimiento es el siguiente:

El usuario establece un número positivo bajo esta etiqueta, que define el período de control en términos de períodos de tiempo de muestreo.

El usuario establece un cero bajo esta etiqueta, entonces el período de control será determinado por la lógica del Host y transferido a través del pin del operador correspondiente.

El usuario pone un signo negativo delante de un número de períodos de tiempo de muestreo bajo esta etiqueta, el instante de control ocurrirá cuando el controlador ADEX detecte un cambio en la señal PV (o señal PV1 en el caso de más de un controlador MISO). Asimismo, tendrá lugar un instante de control si no se detecta cambio después de transcurrido dicho número estable-

cido de períodos de tiempo de muestreo desde el último instante de control.

En general, será conveniente usar períodos de muestreo reducidos para recibir tanta información de la evolución del proceso como sea posible. Esta información puede ser usada, como se considera más adelante, para obtener un valor filtrado conveniente (FPV) del vector de variables de salida del proceso. En un proceso monovariable, el período de control debería seleccionarse teniendo en cuenta el tiempo de respuesta del proceso, que puede definirse aproximadamente como el 95% del tiempo que necesita la variable PV para pasar de un estado estacionario a otro, cuando se aplica un escalón a la entrada al proceso (OUT). Un valor razonable para el período de control puede variar normalmente entre 1/10 y 1/40 del tiempo de respuesta. En este caso, como el tiempo de respuesta del proceso puede ser diferente para los dos controladores MISO aquí considerados, la elección de un período de control común puede ser el resultado de un compromiso apropiado.

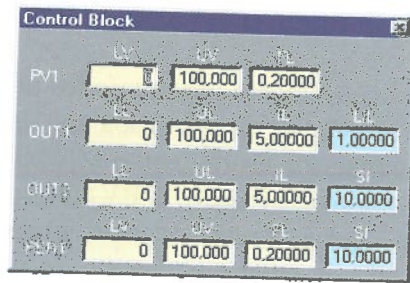
D.6.2 Bloque de control

Cuando el usuario hace clic en el botón del Bloque de Control mostrado en la Figura D.5, se visualizará la ventana de configuración de parámetros que puede verse en la Figura D.6. Esta ventana muestra, en el lado izquierdo, una columna de las variables consideradas dentro del Bloque de Control para el controlador MISO seleccionado. En este caso, de arriba a bajo, estas variables son PV1, OUT1, OUT2, PERT, donde PV1 y OUT1 son las correspondientes variable del proceso y salida del controlador MISO, y OUT2 y PERT son variables de entrada, que influyen en la evolución de la variable del proceso. Cada una de estas variables tiene parámetros asociados, que puede configurar el usuario en esta ventana.

Los parámetros relacionados con la variable PV1 del proceso son:

- LV - Valor inferior, que es el valor de ingeniería más bajo en el rango de variación medible de la variable del proceso.
- UV - Valor superior, que es el valor de ingeniería más alto en el rango de variación considerado previamente.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



D.6: Ventana de configuración del Bloque de Control.

stante de filtro. El valor filtrado de la variable del proceso ante de muestreo k , $FPV1(k)$, se obtiene del valor medido usando FL de la siguiente manera:

$$FPV1(k) = FL \cdot PV1(k) + (1 - FL) \cdot FPV1(k - 1). \quad (D.1)$$

está contaminado por ruido de medida, el uso del filtro de arriba produce una mejor estimación de la variable del valor de $FPV1(k)$.

ros relacionados con la salida OUT1 del controlador MISO

inferior para la salida del controlador.

superior para la salida del controlador.

incremental para la salida del controlador.

te incremental inferior para la salida del controlador. Este control reducido se aplica cuando el proceso está en estado o cercano al valor de la consigna.

observar que el usuario debe prestar especial atención a estos límites, para definir un rango de variación efectivo del controlador, es decir, un rango de variación en el que

cualquier cambio en el valor del OUT1 tiene un efecto particular y único en la variable PV1 del proceso.

Los parámetros relacionados con OUT2 son los mismos que los considerados para OUT1 excepto el LIL, que es sustituido por:

- SI - Incremento significativo. Cuando OUT2 tiene un incremento mayor que SI en valor absoluto, el límite incremental de OUT1 no puede ser reducido hacia su valor LIL, dado que esto limitaría la capacidad de OUT1 para compensar el cambio ocurrido en OUT2.

Es importante para el usuario seleccionar apropiadamente el valor de SI para OUT2, de tal forma que los cambios incrementales de OUT2 por debajo de este valor absoluto puedan siempre ser compensados por cambios incrementales de OUT1 por debajo del valor de LIL. Los parámetros relacionados con PERT son iguales a los relacionados con PV1, más el parámetro SI. Todos ellos tienen el mismo significado que ya se ha descrito.

Si seleccionamos el controlador MISO correspondiente a la PV2 y hacemos clic en el botón del Bloque de Control, se visualizará la ventana mostrada en la Figura D.7. Se puede observar que las variables de la columna del lado izquierdo no son las mismas ni tienen el mismo orden. Estas variables ahora son PV2, OUT2, OUT1 y PERT, donde PV2 y OUT2 son respectivamente la variable del proceso y la salida del controlador, mientras que OUT1 y PERT son en este caso las variables de entrada correspondientes.

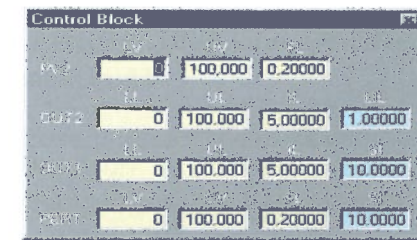


Figura D.7: Ventana de configuración del bloque de control.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Mecanismo adaptativo

El usuario hace clic en el botón del Mecanismo Adaptativo mostrado en la Figura D.5, si el controlador MISO seleccionado es el que corresponde se mostrará la ventana de configuración de parámetros que se muestra en la Figura D.8.

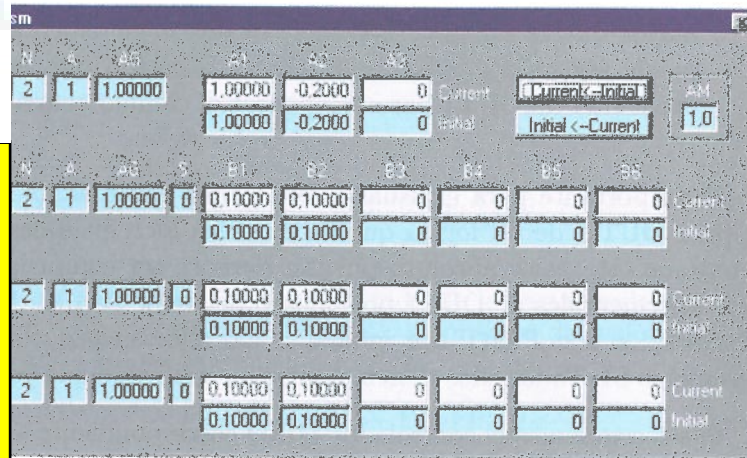


Figura D.8: Ventana de configuración del Mecanismo Adaptativo.

Observar que también en este caso aparece en la ventana una serie de variables en el lado izquierdo, que resultan ser las mismas que se definen para el Bloque de Control en el apartado anterior. Estas variables son las consideradas en el modelo adaptativo predictivo, usadas en el controlador MISO en el mecanismo adaptativo, que se define en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \hat{PV1}(k) = & A1(k-1) \cdot PV1(k-1) + A2(k-1) \cdot PV1(k-2) + \dots \\ & + B1(k-1) \cdot OUT1(k-1-DP) + B2(k-1) \cdot OUT1(k-2-DP) + \dots \\ & + C1(k-1) \cdot OUT2(k-1-DPC) + C2(k-1) \cdot OUT2(k-2-DPC) + \dots \\ & + D1(k-1) \cdot PERT(k-1-DPD) + D2(k-1) \cdot PERT(k-2-DPD) + \dots \end{aligned} \quad (D.2)$$

Donde $\hat{PV1}(k-1)$ representa el valor estimado de PV1 en el instante $k-1$ obtenido de los datos disponibles hasta el instante anterior. En consecuencia, esta PV1 estimada se obtiene del valor en el instante $k-1$ de los parámetros del modelo AP (A_i , B_i , C_i y D_i) y los valores de PV1, OUT1, OUT2 y PERT en el instante $k-1$ y

en los instantes anteriores. DP, DPC y DPD son enteros que representan el retardo en períodos de control con que un cambio en OUT1, OUT2 y PERT, respectivamente, produce un cambio en el valor de PV1.

El valor de $PV1(k|k-1)$ arriba estimado puede diferir del valor medido de PV1 en el instante k , $PV1(k)$, en un error de estimación $\varepsilon(k)$, que viene dado por

$$\varepsilon(k) = PV1(k) - PV1(k|k-1). \quad (D.3)$$

Los valores de los parámetros A_i , B_i , C_i y D_i en el instante $k-1$ son modificados en el instante k por el Mecanismo Adaptativo usando expresiones de la forma

$$\begin{aligned} A_i(k) &= A_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\ B_i(k) &= B_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\ C_i(k) &= C_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\ D_i(k) &= D_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k). \end{aligned} \quad (D.4)$$

Estas funciones están definidas de tal forma que $\varepsilon(k)$ tiende rápidamente hacia cero. Esta adaptación sólo se hace cuando un criterio estadístico indica que $\varepsilon(k)$ es debido a error de modelado (falta de precisión de los parámetros A_i y B_i) y no está causado por ruido de medida o perturbaciones desconocidas. Este aspecto ha sido tratado en el Capítulo 6 del libro.

Los parámetros relacionados con la variable de proceso PV1, en la ventana mostrada en la Figura D.8, son:

- NL - Nivel de ruido, que indica la amplitud máxima de la banda de variación que puede observarse en la PV1 medida mientras OUT1, OUT2 y PERT son constantes y el proceso está en estado estacionario. Estas variaciones pueden originarse por el ruido de medida que actúa en PV y también por el efecto dinámico de otras variables, que no son consideradas en el modelo AP.
- N - Este parámetro se refiere al número de parámetros A_i considerados en el modelo AP. El resto de parámetros del modelo AP mostrados, y no considerados, son ignorados (tratados como si fueran 0).
- A - El valor de este parámetro puede ser 0 - deshabilitando, o 1 - habilitando la adaptación de los parámetros A_i .

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



iancia de Adaptación. Algunas veces es posible mejorar el rendimiento del mecanismo adaptativo cambiando, sólo con fines de diagnóstico, el rango interno de variación de algunas variables de control. El rango interno de variación se utiliza en los cálculos del modelo de adaptación y se define por defecto de 0 a 100 correspondiente al rango de variación de la variable definida en unidades físicas. Este parámetro, AG, en este caso modificará el rango de variación de la PV1 multiplicando su amplitud por defecto. Se pretende que las variaciones en el rango interno de las salidas de E/S sean equiparables.

A3 Current - Los valores de estos parámetros representan el valor actual de adaptación generado por el Mecanismo Adaptativo para los correspondientes parámetros A_i del modelo AP. El usuario puede modificar, excepto si usa el botón **Current** ← **Initial**, los valores de los parámetros cambiarán a los valores guardados en A1, hasta A3 Initial.

A3 Initial - Los valores de estos parámetros son los introducidos por el usuario para ser los valores iniciales de los parámetros del modelo AP antes de que el Mecanismo Adaptativo haya empezado a funcionar. El usuario puede reemplazarlos en cualquier momento por los valores actuales ("Current") de los parámetros del modelo AP haciendo clic en el botón **Initial** ← **Current**.

Los parámetros relacionados con la salida OUT1 del controlador MISO que se muestran en la ventana de la Figura D.8 son:

Retardos de Retardo. Un cambio en OUT1 requerirá un cierto número de períodos de control antes de empezar a producir un cambio en la salida. Este número de períodos de control menos 1 es lo que se define como el número de retardos.

Retardos de Retardo - Los valores de estos parámetros tienen un significado para los parámetros asociados B_i en el modelo AP, equivalente al significado que se le da previamente para PV1.

Signo de ganancia - El signo de la ganancia estática del proceso, que se configurará igual a la ganancia estacionaria de la salida del proceso, en términos de la salida del proceso PV1, para un incremento positivo de la salida

OUT1 del controlador, presenta también un incremento positivo. En caso opuesto, S se configurará igual a -1. El valor de S se usa internamente para diagnosticar un resultado indeseable en la actuación actual del Mecanismo Adaptativo. Bajo un funcionamiento satisfactorio del mecanismo de adaptación, el valor actual de los parámetros del modelo AP debería obtenerse un valor positivo de la ganancia estática. Para asegurar esto, el valor de S se usa internamente como un multiplicador de los parámetros B_i . Cuando la ganancia estática que se obtiene es negativa, puede tener lugar una re-inicialización de los parámetros actuales del modelo AP. El usuario puede deshabilitar esta comprobación de seguridad interna poniendo a cero el valor de S.

- **B1 a B6 Current** - Los valores de estos parámetros representan el valor actual de adaptación generado por el Mecanismo Adaptativo para los correspondientes parámetros B_i del modelo AP. El usuario no los puede modificar, excepto usando el botón **Current** ← **Initial**, en cuyo caso los parámetros cambiarán a los valores guardados en B1 hasta B6 Initial.
- **B1 a B6 Initial** - Los valores de estos parámetros son los introducidos por el usuario para ser los valores iniciales de los parámetros B_i del modelo AP antes de que el Mecanismo Adaptativo haya empezado a funcionar. El usuario puede reemplazarlos en cualquier momento por los valores actuales de los parámetros B_i del modelo AP haciendo clic en el botón **Initial** ← **Current**.

En la ventana de la Figura D.8, los parámetros relacionados con las entradas OUT2 y PERT del controlador MISO seleccionado están bajo las mismas etiquetas usadas para OUT1, porque son, para OUT2 y PERT respectivamente, parámetros equivalentes a los considerados previamente para OUT1. Así, DPC y DPD, que son los períodos de retardo correspondientes para OUT2 y PERT, están bajo la etiqueta DP, y los parámetros C_i y D_i del modelo AP están, en el orden apropiado, debajo de las etiquetas desde la B1 hasta la B6.

Asimismo, los valores del signo bajo la etiqueta S son usados para diagnosticar un rendimiento indeseable del Mecanismo Adaptativo, pero en este caso no fuerzan la reinicialización del modelo AP.

La ventana de la Figura D.8 también muestra la siguiente variable:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ecanismo Adaptativo. Este parámetro gradúa la velocidad de variación de los parámetros del modelo AP entre desactivada, cuando AM es 0, y máxima cuando AM es 1.

Es importante observar que si está seleccionado el control adaptativo, cuando se hace clic en el botón del control adaptativo, se mostrará la ventana de la Figura D.9. La interfaz de esta ventana es equivalente a la anteriormente descrita para el control adaptativo, teniendo en cuenta que las variables de la columna del lado izquierdo tienen los mismos nombres y en el mismo orden que las ya observadas en la ventana de configuración del Bloque de Control presentada en la Figura D.7.

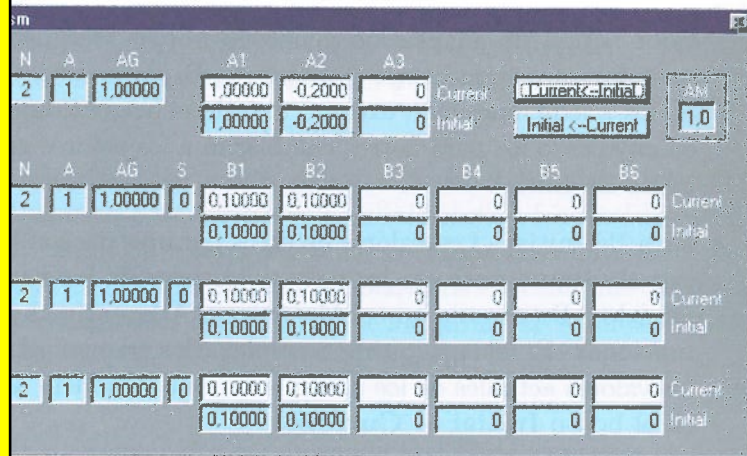


Figura D.9: Ventana de configuración del Mecanismo Adaptativo.

Bloque experto

Como se ven en el Bloque Experto, previamente mostrado en la Figura D.10, se muestran las siguientes:

• Límite Superior del Dominio, que define el límite superior para el dominio de configuración seleccionado.

• Límite Inferior del Dominio, que define el límite inferior del dominio de configuración.

Si hacemos clic sobre el Bloque Experto aparecerá una pequeña ventana que se muestra en la Figura D.10.

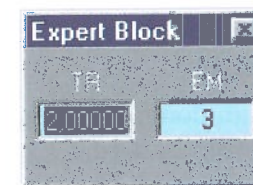


Figura D.10: Ventana de configuración del Bloque Experto.

Esta ventana del Bloque Experto permite al usuario configurar los siguientes parámetros:

- TR - Tiempo de Residencia. El valor introducido en este recuadro determinará el número de períodos de control que el modelo AP necesita para adquirir los datos mínimos (valores de E/S) que le permitan iniciar el cálculo de la señal de control. El valor por defecto es -1 y en este caso, el sistema por sí mismo calculará el número mínimo de períodos de control necesarios para rellenar todas las variables del modelo AP con datos significativos, antes de realizar el cálculo de la señal de control. Si el valor asignado a TR es menor que dicho número mínimo, el modelo AP empezará a hacer cálculos asumiendo que los valores anteriores de las variables del modelo AP, para los que no hay información, son iguales a los correspondientes últimos valores adquiridos.
- EM - Modo de Entrada. El valor de este parámetro determinará qué valores tomarán los parámetros actuales del Modelo AP cuando el valor de salida del proceso del controlador MISO seleccionado, en este caso PV1, pase desde un cierto dominio al dominio de configuración AP seleccionado. Hay 4 opciones diferentes que corresponden a los siguientes valores de EM:
 - (0) Dejando el valor 0 (valor por defecto), el Bloque Experto reiniciará los parámetros actuales del Modelo AP a los valores iniciales asignados para el dominio seleccionado.
 - (1) El Bloque Experto reiniciará los valores de los parámetros actuales del Modelo AP a los últimos valores actuales que tenían en el dominio seleccionado.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

la PV viene de un dominio AP, los parámetros actuales del modelo AP mantienen los últimos valores actuales que tenían en dicho dominio AP. Si la PV viene de un dominio EX, los valores de los parámetros actuales se reiniciarán a sus valores iniciales de forma automática.

Si la PV viene de un dominio AP, los parámetros actuales mantienen los últimos valores actuales que tenían en dicho Dominio AP, como en el punto número 2. Si la PV viene de un dominio EX, los valores de los parámetros actuales mantendrán los últimos valores actuales en el dominio seleccionado.

que conductor

El conductor tiene dentro un campo etiquetado "RC":

Velocidad de Cambio. Este parámetro limita la velocidad de cambio de la trayectoria que conduce la salida del proceso hacia la salida deseada. El valor de RC se introduce en unidades de ingeniería por período de control. Como se mencionó anteriormente en el Apartado 4.3, la velocidad de cambio puede ser establecida interna o externamente por la lógica del Host. El procedimiento es el siguiente:

Si el usuario establece un incremento positivo en unidades de ingeniería bajo esta etiqueta, este incremento determinará la velocidad de cambio en el funcionamiento del controlador MISO correspondiente.

Si el usuario pone un cero bajo esta etiqueta, entonces la velocidad de cambio será determinada por la lógica del Host y transferida a través del pin correspondiente del operador.

Al hacer clic sobre el botón del Bloque Conductor aparecerá una ventana como la presentada en la Figura D.11. Esta ventana permite al usuario configurar los siguientes parámetros:

Horizonte de Predicción. Este parámetro determina el horizonte de predicción en el que se definirá la trayectoria de salida deseada para el proceso. La correspondiente señal de control del

proceso OUT1 para el sistema MISO seleccionado se calculará para hacer que la variable del proceso predicha iguale a la variable del proceso deseada al final del horizonte de predicción.

- TC - Constante de Tiempo. Este parámetro determina la constante de tiempo en períodos de control de la trayectoria deseada por defecto generada por el bloque conductor por medio de un modelo de segundo orden con una ganancia estática y un factor de amortiguamiento igual a 1. Por ejemplo, si se elige TC igual a 1.5 períodos de control, la salida deseada del proceso tardará cerca de unos 9 períodos de control en conseguir un cambio de consigna sin sobreoscilaciones.

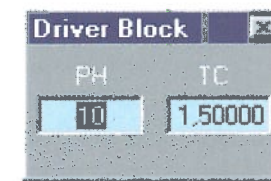


Figura D.11: Ventana de configuración del Bloque Conductor.

D.6.6 El operador ADEX

Cuando el usuario hace clic en el botón del operador ADEX de la Figura D.5, se visualizará el Operador ADEX como se muestra en la Figura D.12 (parte superior derecha), en la que también se ven las ventanas del Bloque de Control y del Mecanismo Adaptativo.

Se puede observar en la Figura D.12 que el operador ADEX muestra los valores en tiempo real de las señales de E/S del controlador MISO seleccionado, en este caso PV1, SP1, AI1, PERT y OUT1, aunque las etiquetas correspondientes no muestren el número (1) del controlador MISO. Así que la única variable de E/S que no se encuentra en el Operador ADEX es OUT2, aunque su valor en tiempo real puede verse en la ventana del Controlador ADEX. De forma similar, si fuera seleccionado el controlador MISO número 2, la única variable de E/S que no se encontraría en el Operador ADEX sería OUT1.

Adicionalmente, se puede observar que el Operador ADEX muestra dos variables MODE. La variable MODE de la izquierda es la señal recibida

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

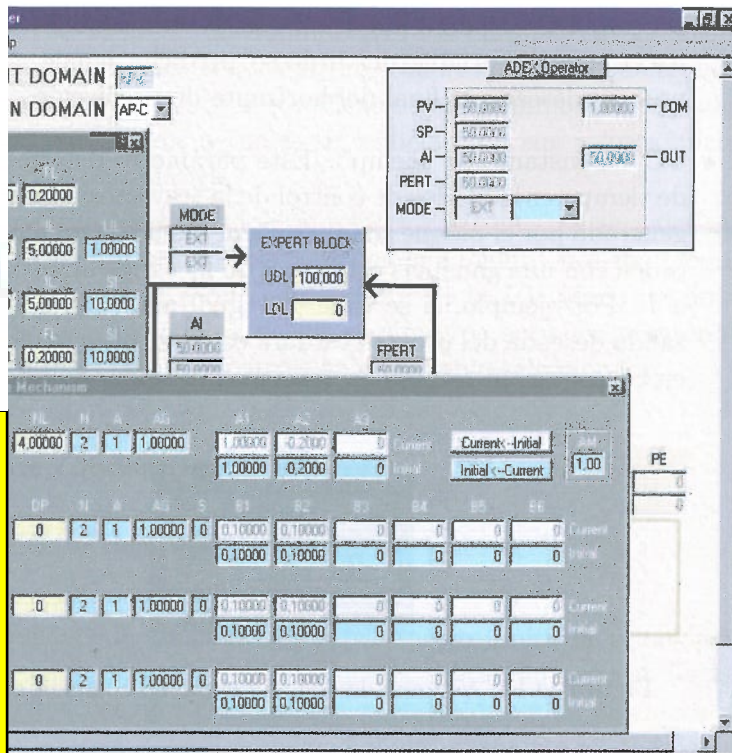


Figura D.12: Ventana del Operador ADEX (parte superior derecha).

...a Host, mientras que la de la derecha es una variable de que el usuario puede poner a "Auto" usando el botón de ... Cuando se hace esto, el modo de control continúa siendo decir, la señal de control OUT sigue a la señal real de entrada por el sistema Host, pero se pone en funcionamiento "Control AP Interno" ("Internal AP Control") como muestra la ... Este modo AP interno hace que el control adaptativo predictivo funcionar, es decir, que funcionen el Bloque Conductor, el control y el Mecanismo Adaptativo, aunque la señal del control predictivo no se aplique todavía al proceso. En este caso, el ADEX muestra dos valores SP y dos valores OUT, como se ve en la figura D.13.

... usado para el cálculo del control interno adaptativo predictivo. A la izquierda, proporcionado por el Sistema Host, si coincide con la derecha. Sin embargo, el valor SP de la derecha (SP

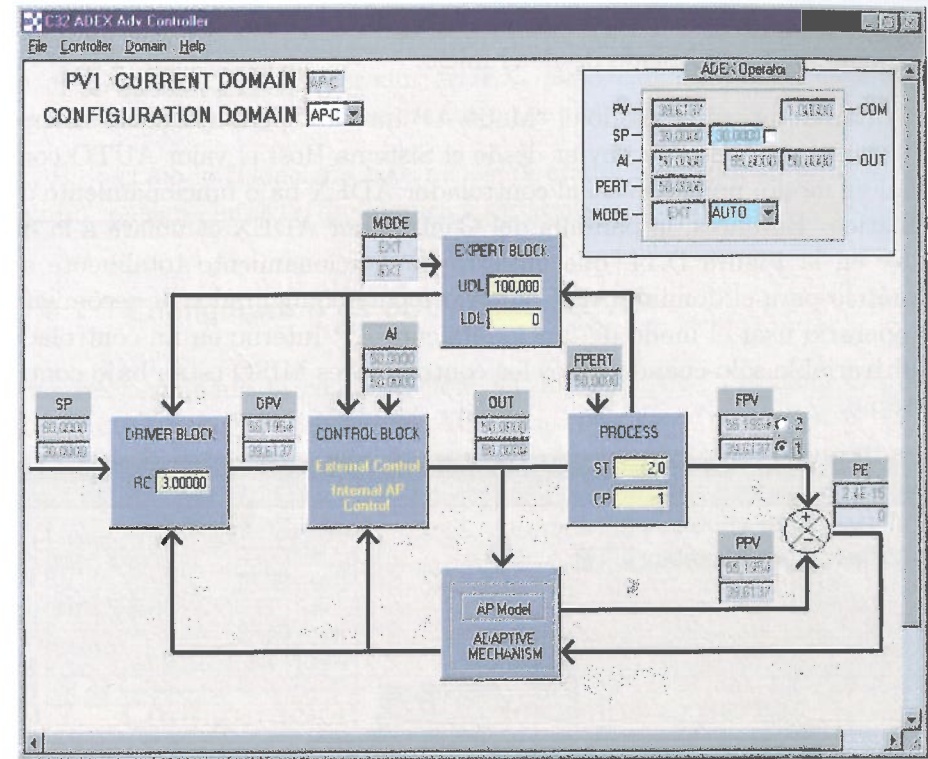


Figura D.13: Ventana del Operador ADEX (parte superior derecha) y del Controlador ADEX funcionando en modo "Control AP Interno" ("Internal AP Control").

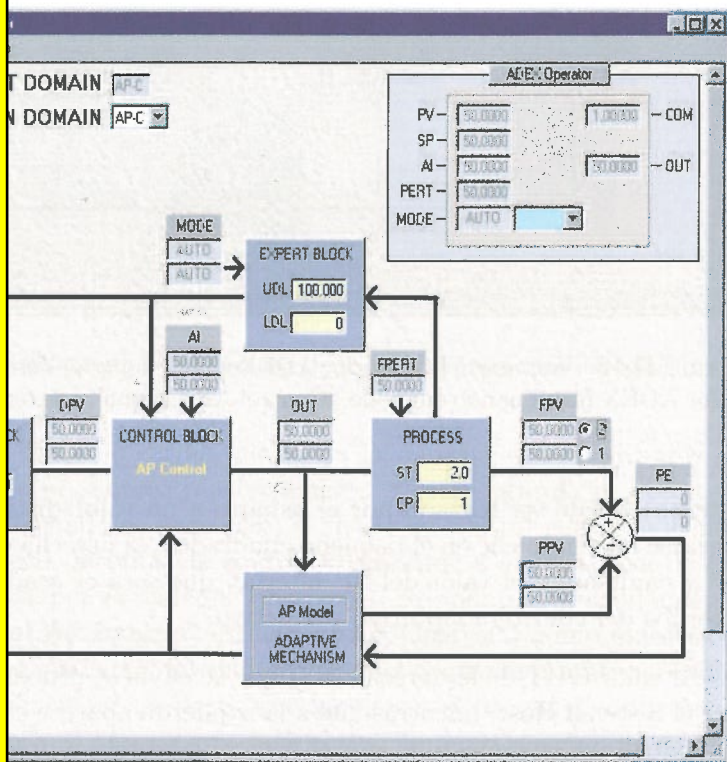
Interno) puede ser forzado por el usuario a un valor distinto. Esto puede lograrse haciendo clic en el pequeño cuadrado a la derecha de los dos valores SP y cambiando el valor del SP interno, que será el usado en los cálculos internos del control adaptativo predictivo.

El valor OUT de la derecha es el que se envía al proceso y es producido por el Sistema Host, mientras que a la izquierda aparece el valor de la señal de control interna generada por el control adaptativo predictivo.

Este modo de funcionamiento interno puede entenderse como un tipo de "entrenamiento" para el control adaptativo predictivo antes de ser aplicado al proceso. Esto permite al usuario observar la evolución de los parámetros y las variables del controlador, por ejemplo, para ver cómo el error de predicción PE tiende a cero y los parámetros del modelo AP hacia valores concretos. De esta forma el usuario puede ajustar fácilmente el sistema

su acción de control adaptativo predictivo y asegurar un apropiado desde el inicio.

se ha usado el “Modo AP Interno” para ajustar el sistema, decidir enviar desde el Sistema Host el valor AUTO como poniendo así al controlador ADEX bajo funcionamiento. A veces, la pantalla del Controlador ADEX cambiará a la que muestra la Figura D.14, que muestra un funcionamiento totalmente automático en el dominio AP-C anteriormente configurado. Se recomienda el modo de funcionamiento AP Interno en un controlador cuando todos los controladores MISO están bajo control



ventana del Operador ADEX (parte superior derecha) y del Controlador ADEX cuando se está funcionando en modo automático.

De manera similar, mientras el controlador está bajo modo Auto, el operador puede cambiar desde el operador ADEX, un modo “Interno Manual” o el modo “Consigna Interna” (INT.SP) para el controlador MISO

seleccionado. En el primer caso, el operario puede determinar la salida OUT del controlador cambiando desde el teclado el valor correspondiente en el campo OUT del operador ADEX. Bajo este modo, el valor OUT permanecerá constante si el operador no cambia dicho valor.

Bajo el modo “Consigna Interna”, el operador puede forzar el valor en el campo consigna interna, que pasará a ser la nueva consigna del controlador.

D.6.7 Configuración de otros dominios AP

Una vez terminada la configuración del dominio AP-C, el usuario puede querer configurar otros dominios AP. Para hacer esto, puede hacer clic en la flecha asociada al dominio de configuración mostrado en la ventana del Controlador ADEX. De esta forma se visualizarán los diferentes dominios adicionales que pueden configurarse, como se muestra en la Figura D.15. El usuario puede elegir configurar un nuevo dominio superior (AP-U) o inferior (AP-L).

D.7 Configuración de los dominios expertos

Si el usuario desea configurar un dominio experto, estando en una ventana como la de la Figura D.15, puede hacer clic en el dominio seleccionado, por ejemplo EX-U, y el sistema mostrará una pantalla como la que aparece en la Figura D.16. En este caso, sólo permanecen activos tres bloques para configurar: de Proceso, Experto y de Control.

El valor de los parámetros que se muestran en el Bloque Experto puede ser cambiado por el usuario para determinar los límites superior (UDL) e inferior (LDL) del dominio experto seleccionado. El usuario puede cambiar también los valores de ST (tiempo de muestreo) y CP (período de control) para el dominio seleccionado en el Bloque de Proceso como se ha explicado en el Apartado D.6.1.

Si el usuario hace clic en el Bloque de Control, se visualizan dos ventanas de configuración de parámetros, como se muestra en la Figura D.17.

La ventana de la izquierda en la Figura D.17 muestra los valores por defecto de las variables LV, UV y FL (relacionados con PV1) y LL, UL e IL (relacionados con OUT1 y OUT2). Además, la ventana muestra los

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

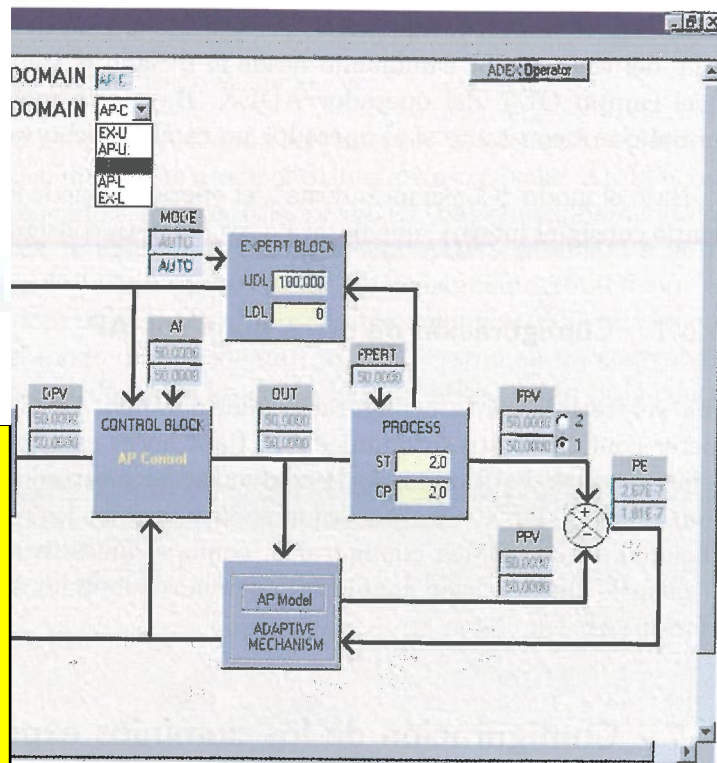


Figura D.15: Ventana del dominio AP a configurar.

to de LV, UV y FL relacionados con PERT. El usuario para el dominio seleccionado, los cambios que desee para los parámetros, cuyos significados ya se han descrito en el Apartado

En la parte inferior de la Figura D.17 muestra los parámetros que se han introducido en la aplicación del control experto. Si se selecciona un conjunto de parámetros determinarán la acción de control calculada por el controlador ADEX cuando la variable del proceso evoluciona en este modo. Los valores que el usuario puede introducir bajo los botones de configuración y el modo en que se calcula la señal del control se detallan en los siguientes puntos:

El valor de la señal de control que el controlador en Modo Automático generará en principio, mientras PV1 está en el dominio experto considerado.

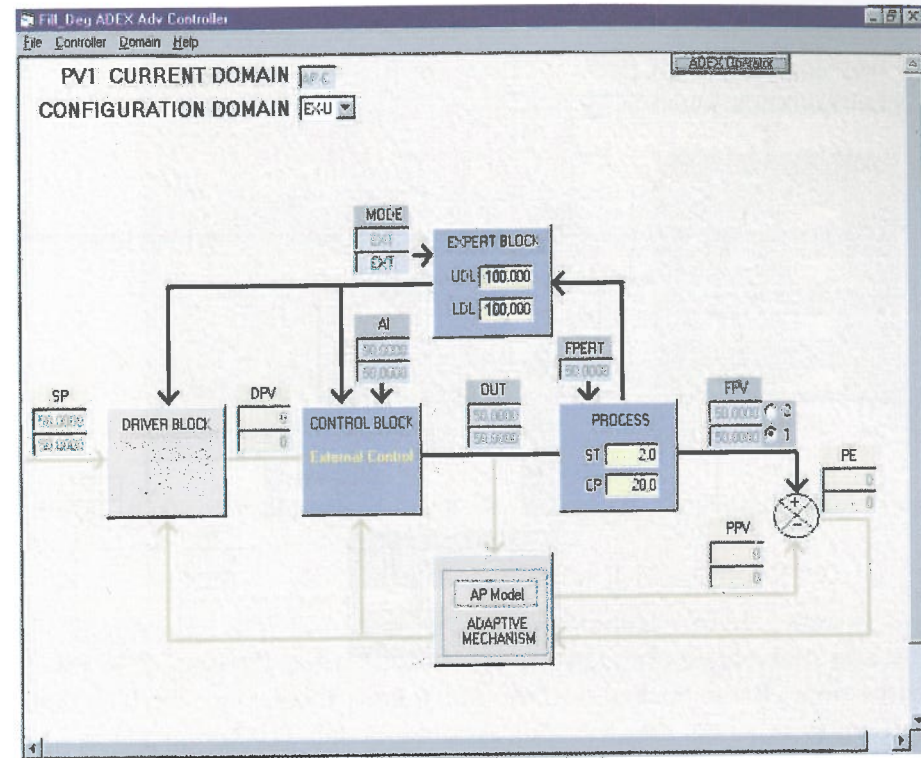


Figura D.16: Ventana de configuración de un dominio experto.

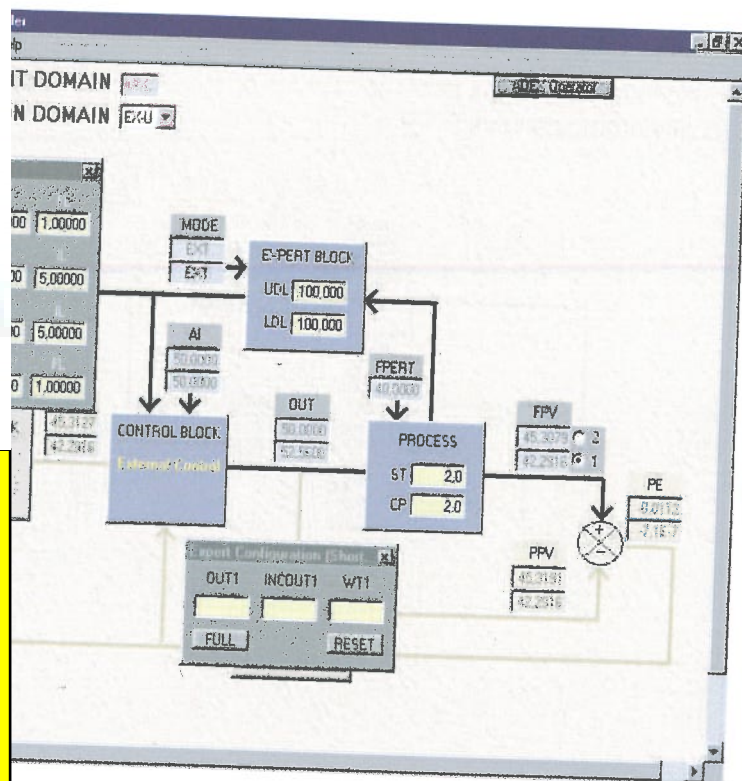
- INCOUT1 - Este valor será añadido al valor de señal de control anterior de forma periódica si la PV1 no abandona el dominio experto.
- WT1 - Este es el valor del período de tiempo en segundos que determinará la acción incremental previamente considerada en la señal de control.

El usuario siempre puede usar el botón de Reset para volver a introducir un nuevo conjunto de valores en la ventana de la Versión Abreviada.

Si el usuario prefiere configurar la Versión Completa del control experto, puede hacer clic en el Botón FULL de la ventana de la Versión Reducida, y el sistema mostrará la ventana que se presenta en la Figura D.18.

La ventana de la Versión Completa muestra columnas de valores bajo cada una de las etiquetas que se han considerado anteriormente para la

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Figuras de configuración de parámetros en un dominio experto.

... más columnas adicionales bajo las etiquetas PV1, PV2 y PV3, los valores de OUT1, INCOUT1 y WT1 en una fila concreta para calcular la señal de control OUT1, tal como se ha descrito anteriormente. Así, si los valores de las mediciones de PV1, PV2 y PV3 se encuentran en la izquierda en la misma fila o en la fila superior. Así, si los valores medidos de PV1, PV2 y PV3 y los valores mostrados en las filas primera, tercera y cuarta, se usan para calcular la señal de control experto.

Los valores de las medidas de PV1, PV2 y PERT están entre los valores de PV1, PV2 y PV3 en la tabla, se usa una interpolación lineal para calcular la señal de control experto. La opción de reiniciar está también disponible.

Si el controlador está bajo modo Auto, el operador podrá activar

PV1	PV2	PERT1	OUT1	INCOUT1	WT1
100.000	80.0000	85.0000	30.0000	-5.0000	20.0000
		90.0000	35.0000	-4.5000	25.0000
	90.0000	85.0000	35.0000	-4.0000	25.0000
		90.0000	40.0000	-4.0000	30.0000
70.0000	80.0000	85.0000	40.0000	-3.0000	30.0000
		90.0000	45.0000	-3.2000	35.0000
	90.0000	85.0000	50.0000	-3.0000	30.0000
		90.0000	50.0000	-2.5000	40.0000

Figura D.18: Ventana de configuración de la Versión Completa del control experto.

desde el operador ADEX, un modo "Interno Manual" (MAN) para el controlador MISO seleccionado. En este caso, el operario puede determinar la salida OUT del controlador cambiando desde el teclado el valor correspondiente en el campo OUT del operador ADEX. En este modo, el valor OUT permanecerá constante si el operario no lo cambia.

D.8 Configuración general de controladores ADEX

Los apartados anteriores han mostrado, como ejemplo ilustrativo, el procedimiento para configurar un controlador ADEX 3x2. Los controladores ADEX incluidos en el software ADEX COP objeto de este manual, con una menor estructura de E/S, pueden ser considerados como casos particulares del controlador 3x2 en los que no están presentes una o más variables de E/S. Así, en el controlador 2x2, no está presente la variable PERT del controlador 3x2. En el controlador 3x1, el controlador MISO número 2 no está presente, y la variable OUT2, presente en el controlador MISO número 1 de los controladores 3x2, es reemplazada por una variable PERT. Así el controlador 3x1 incluye dos PERTs: PERT1 y PERT2. Finalmente, los controladores 2x1 y 1x1 son casos particulares de un controlador 3x1, en los que no está presente una o dos PERTs, respectivamente.

Por otro lado, el controlador 3x3 tiene tres controladores MISO que

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

a los controladores MISO del controlador 3×2 excepto por la variable PERT se reemplaza por OUT3, que será la señal de control del controlador MISO número 3.

Las configuraciones de todos los controladores ADEX COP se definen en la configuración del controlador 3×2 considerada anterior.

Modos actual y de configuración

El Controlador ADEX siempre activará para su configuración los modos de funcionamiento relacionados con el dominio de configuración correspondiente (aparecen en la ventana de configuración), pero también mostrará el modo de funcionamiento del Controlador ADEX en el correspondiente dominio de operación ("Operación"). Así, el usuario puede estar configurando un dominio de operación pero el modo de funcionamiento del controlador mostrado en la ventana de configuración cuando el dominio de operación es un dominio AP, puede ser diferente al modo de funcionamiento interno con Control AP Interno "o" "Auto" (Control AP).

En el modo de configuración, el usuario puede estar configurando un dominio AP, pero el modo real es un dominio experto, el modo de funcionamiento mostrado en la ventana del Controlador ADEX puede ser diferente al modo de funcionamiento interno con Control Experto Interno "o" "Auto" (Control Experto).

Los modos internos pueden obtenerse usando las configuraciones del Operador ADEX, como se ha explicado en el capítulo 6. Lógicamente, en el caso del Control Experto Interno, no se requiere una asignación interna en el operador ADEX ya que no se requiere.

Referencias

- [ADDG77] M. Athans, D. Castañon, K.P. Dunn, C.S. Greene, W.H. Lee, N. Sandell y A.S. Willsky, The stochastic control of the F-8 aircraft using a multiple model adaptive control method. Part I: equilibrium flight, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-22(5), 768-780, 1977.
- [AE71] K.J. Aström P. Eykhoff, System identification, a survey, *Automatica*, Vol. 7, 123-167, 1971.
- [AF66] M. Athans y P.L. Falb, *Optimal Control*, McGraw Hill, New York, USA, 1966.
- [AFS92] A. Afshari, A. Fausse y S. Sorasi, A predictive control scheme for automatic management of domestic gas heating, *Proc. of IGRC Conference*, Orlando, Florida, USA, 381-391, 1992.
- [AGW98] P. Ansay, M. Gevers y V. Wertz, Enhancing the robustness of GPC via a simple choice of the Youla parameter, *European Journal of Control*, Vol.4, 64-70, 1998.
- [AHS84] K.J. Aström, P. Hagander J. Sternby, Zeros of sampled systems, *Automatica*, Vol. 20(1), 31-38, 1984.
- [AK77] G. Alag y H. Kaufman, An implementable digital adaptive flight controller designed using stabilized single-stage algorithms, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-22(5), 780-788, 1977.
- [Ast70] K.J. Aström, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, New York, USA, 1970.
- [AW73] K.J. Aström y B. Wittenmark, On self-tuning regulators, *Automatica*, Vol. 9, 185-199, 1973.